части нашего исследования было показано, как степень организованности компонентов рефлексивности и сам генеральный фактор соотносятся друг с другом, подчиняясь закону оптимума. В число парциальных составляющих мы включали и сырые данные измерения «Я-концепции». В данном случае мы имеем дело с элиминацией фактора «Я-концепция» из структуры рефлексии и соотношение этих факторов. Несмотря на попытку элиминировать фактор «Я» из его содержания, невозможно удалить компоненты рефлексии; это на уровне модели выразилось в измерении необъективных параметров и диссонанса между некой эталонной точкой и объективными показателями, а в измерении диссонанса между исключительно субъективными показателями (субъективная оценка и эталонная точка) – воспринимаемый диссонанс.

Другим словами наш анализ остался в границах рефлексивного поля; и в качестве аргумента у нас по-прежнему выступает рефлексия, в качестве функции — воспринимаемый диссонанс организованный соотношением субъективной оценкой собственных свойств (в идеале) и установкой на себя (предшествующая оценка реальных свойств). Воспринимаемый диссонанс, в данном случае, являет собой фундаментальное положение – любое явление в сфере психического может изменить последнее, в случае если это явление будет осознано субъектом. Воспринимаемый диссонанс для нас является квинтэссенцией рефлексивной природы «Я-концепции».

### Литература


1. Карпов А.В. Психология рефлексивных механизмов деятельности. М.: Ин-т психологии РАН, 2004.
2. Карпов А.В. , Скитяева И.М. Психология метакогнитивных процессов личности. М.: Ин-т психологии РАН, 2005;
3. Кроник А.А. Межличностное оценивание в малых группах. Киев, 1982.


# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФЛЕКСИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

## Интенционально-рефлексивная модель агента (IRMA)


*В.А. Лефевр*

Калифорнийский университет, США, профессор


В статье «Рефлексивный агент в группе» (http://www.reflexion.ru/Library/Lefebvre-1-7-2007.pdf) была введена модель, позволяющая строить гипотезы об индивидуальных выборах членов группы, воздействующих друг на друга. В данной работе поясняется, как модель может быть использована практически.

Для того чтобы построить диагональную формулу, соответствующую агенту, входящему в группу, нам нужна следующая информация:

1. Список агентов, входящих в группу.
2. Попарные отношения между агентами (кооперация или конфронтация).
3. Набор возможных действий агента, выбор которого мы хотим моделировать.
4. Воздействия других агентов на этого агента.
5. Порядок значимости других агентов для этого агента.

Порядок значимости используется лишь тогда, когда граф отношений, соответствующий группе, не декомпозируем.

Рассмотрим ситуацию, когда каждый член группы может либо совершить некоторое действие $\alpha$, либо воздержаться от его совершения. В этом случае множество альтернатив состоит из двух элементов: $1=\{\alpha\}$, $0=\{\}$.

Первое множество, 1, состоит из одного элемента — α, второе, 0, пустое множество.

Представим, что по описанию ситуации мы построили диагональную формулу $\Phi=\Phi(a,b,c,...)$. Чтобы найти выбор агента $a$, мы должны написать уравнение

$$a = \Phi(a,b,c,...), \qquad (1)$$

относительно величины $a$, где значения воздействий агентов $b,c,...$заданы, и затем решить это уравнение.

Для случая, когда множество $M$ состоит из двух элементов, 1 и 0, уравнение (1) приводимо к одной из четырех форм:

I. $a = a$
II. $a = 1$
III. $a = 0$
IV. $a = \overline{a}$

**Уравнение I** имеет два корня, 1 и 0. Мы полагаем, что в этом случае группа не накладывает ограничений на выбор агента: он находится в состоянии, в котором может выбрать либо множество {α}, состоящее из одного действия α, либо пустое множество { }, т.е. воздержаться от совершения действия.

**Уравнение II** имеет один корень, 1. В этом случае группа накладывает ограничения на выбор агента: он находится в состоянии, в котором может выбрать только множество {α}.

**Уравнение III** имеет один корень — 0. Это означает, что агент находится в состоянии, в котором он принимает решение не совершать действие α.

**Уравнение IV** не имеет корней. Это означает, что воздействие группы на агента таково, что он находится в состоянии, в котором вообще не может принять решение.

Рассмотрим следующий пример. Пусть агентами являются четыре организации – $a$, $b$, $c$ и $d$, каждая из которых стоит перед выбором: принять участие в проекте α или воздержаться от участия. Пусть агент $b$ находится в отношении взаимной кооперации (союз) с агентами $a$, $c$ и $d$, а агенты $a$, $c$ и $d$ находятся в конкурентных отношениях друг с другом (конфликт). По этим данным мы можем построить следующий граф отношений:

Этот граф не изоморфен графу $S_4$ (рис. 2) и поэтому декомпозируем (см. Лефевр, 2007).

Граф на рисунке 1 представим полиномом

$$b \bullet (a + c + d)\,. \qquad (2)$$



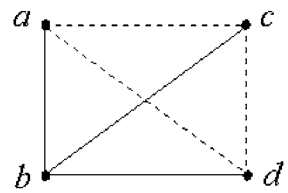


**Рис. 1.** Граф отношений в группе. Сплошное ребро соответствует отношению союза, а пунктирное – отношению конфликта.

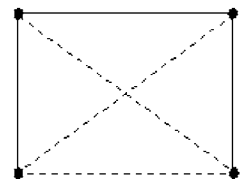

**Рис. 2.** Граф $S_4$.

Полиному (2) соответствует следующая диагональная формула:

$$[a] + [c] + [d]$$
$$[b] \bullet [a + c + d]$$
$$[b \bullet (a + c + d)]. \qquad (3)$$

Предположим, что воздействия агентов описываются Таблицей 1.

Таблица 1.

| | a | b | c | d |
|---|---|---|---|---|
| a | *a* | 0 | 0 | 1 |
| b | 1 | *b* | 1 | 0 |
| c | 0 | 0 | *c* | 0 |
| d | 0 | 0 | 0 | *d* |

Каждому столбцу в Таблице 1 соответствует воздействие на некоторого агента других агентов и самого себя. Самовоздействие есть интенция агента выбрать некоторое множество действий. Например, на агента $a$ оказывает воздействие он сам, чему соответствует значение переменной $a$, до анализа нам неизвестное. Агент $b$ склоняет агента $a$ принять участие в проекте, а агенты $c$ и $d$ склоняют его воздержаться от участия. Остальные столбцы интерпретируются подобным же образом.

Промоделируем теперь выбор агента *a*. Уравнение (1) для него имеет вид

$$[a] + [c] + [d]$$

$$[b][a + c + d]$$

$$a = [b(a + c + d)]. \qquad (4)$$

В нашем случае переменные, входящие в это уравнение, принимают значения из множества $M$={0,1}. Операция • есть булево умножение, а операция + булево сложение. Эти операции задаются следующими правилами:

| | |
|---|---|
| $1 \cdot 1 = 1$ | $1 + 1 = 1$ |
| $1 \cdot 0 = 0$ | $1 + 0 = 1$ |
| $0 \cdot 1 = 0$ | $0 + 1 = 1$ |
| $0 \cdot 0 = 0$ | $0 + 0 = 0$ . |

Операция $x^y$ задается функцией

$$x^y = x + \overline{y}. \qquad (5)$$

Нетрудно убедиться, что этой функции соответствуют равенства

$$1^1 = 1$$

$$1^0 = 1$$

$$0^1 = 0$$

$$0^0 = 1 .$$

Далее при написании формул мы будем опускать знак • .

Подставим в уравнение (4) значения из столбца *a* Таблицы 1:

$$[a] + [0] + [0]$$

$$[1]\,[a + 0 + 0]$$

$$a = [1\,(a + 0 + 0)]. \qquad (6)$$

После вычислений получаем уравнение

$$a = a. \qquad (7)$$

Таким образом, модель показала, что агент *a* находится в состоянии I, в котором он обладает свободой выбора. Он может принять решение как участвовать в проекте, так и отказаться от участия.

Рассмотрим теперь агента *b*. Ему соответствует уравнение



$$[a] + [c] + [d]$$

$$[b]\,[a + c + d]$$

$$b = [b\,(a + c + d)]. \qquad (8)$$

Подставляя в это уравнение значения из стобца *b* Таблицы 1, получаем выражение

$$[0] + [0] + [0]$$

$$[b]\,[0 + 0 + 0]$$

$$b = [b\,(0 + 0 + 0)]. \qquad (9)$$

Проведя вычисления, приходим к уравнению (10):

$$b = \overline{b} . \qquad (10)$$

Это уравнение не имеет корней. Агент *b* находится в состоянии IV — состоянии «фрустрации», при котором он не может принять решение.

Агенту *c* соответствует уравнение

$$[a] + [c] + [d]$$

$$[b]\,[a + c + d]$$

$$c = [b\,(a + c + d)]. \qquad (11)$$

Подставим в него значения из столбца *c* Таблицы 1 и получим выражение

$$[0] + [c] + [0]$$

$$[1]\,[0 + c + 0]$$

$$c = [1\,(0 + c + 0)]. \qquad (12)$$

Преобразуя, получаем уравнение

$$c = c. \qquad (13)$$

Следовательно, агент *c*, так же как и агент *a*, находится в состоянии I, в котором он обладает свободой выбора.

Агенту *d* соответствует уравнение

$$[a] + [c] + [d]$$

$$[b]\,[a + c + d]$$

$$d = [b\,(a + c + d)] . \qquad (14)$$

Подставляя в него значения из столбца $d$ Таблицы 1, получаем выражение

$$[1] + [0] + [d]$$

$$[0]\,[1 + 0 + d]$$

$$d = [0\,(1 + 0 + d)]\,, \tag{15}$$

и после преобразований – уравнение

$$d = 1. \tag{16}$$

Агент $d$ находится в состоянии II, в котором он выбирает “участие в проекте” – $\alpha$.

Подведем итог нашему анализу. Заложив в модель исходные данные, содержащиеся в графе на рисунке 1 и в Таблице 1, мы получили следующий результат. Агенты $a$ и $c$ обладают свободой выбора. Отношения между агентами и их воздействия не ограничивают их выбор. Агент $b$ находится во фрустрации; при заданных отношениях и воздействиях он не способен принять решение. Агент $d$ в данной ситуации может принять только одно решение — $\alpha$.

Рассмотрим теперь другой пример. Пусть пять государств находятся в следующих отношениях:

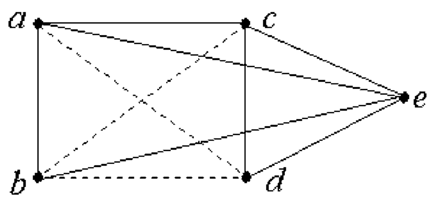


**Рис. 3.** Граф отношений между государствами.

Сплошным ребрам соответствует союз, а пунктирным – конфликт.

Пусть государство $a$ стоит перед выбором: подписать международный договор или отказаться. Подписанию договора соответствует 1, а отказу от подписания — 0. Найдем диагональную формулу, соответствующую государству $a$. Во-первых, замечаем, что граф на рис. 3 не декомпозируем, поскольку содержит подграф $\langle a,b,c,d \rangle$, изоморфный $S_4$. Поэтому нам нужна информация о порядке значимости для государства $a$ отношений с другими государствами. Пусть самым важным для $a$ является государство $c$, затем следуют $d$ и $e$. Наконец, наименее значимым является государство $b$.

Строя модель, мы предположили, что когда граф отношений не декомпозируем, когнитивная система агента, совершающего выбор, последовательно удаляет из рассмотрения наименее значимых агентов, пока граф отношений не станет декомпозируемым. В данном случае первым из графа должен быть удален узел $b$. В результате агенту $a$ соответствует граф на рис. 4:



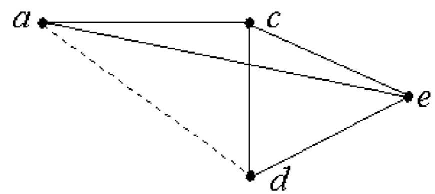


**Рис. 4.** Граф отношений после удаления узла $b$.

Мы видим, что граф на рис. 4 не изоморфен $S_4$, следовательно, он стратифицируем, и когнитивной системе агента $a$ нет необходимости удалять еще один узел. Этому графу соответствует полином

$$ce(a + d) \tag{17}$$

и диагональная формула

$$[a] + [d]$$

$$[c]\,[e]\,[a + d]$$

$$[c\,e\,(a + d)]. \tag{18}$$

Напишем уравнение для агента $a$:

$$[a] + [d]$$

$$[c]\,[e]\,[a + d]$$

$$a = [c\,e\,(a + d)]. \tag{19}$$

Пусть нам известно, что страна $d$ склоняет страну $a$ подписать международный договор, а воздействие других стран на страну $a$ неизвестно. Подставляя $d = 1$ в (19), получаем уравнение

$$a = 1. \tag{20}$$

Таким образом, согласно нашей модели, достаточно лишь одного воздействия со стороны страны $d$ на страну $a$, чтобы страна $a$ подписала международный договор.

Рассмотрим еще один пример. Предположим, что у командующего армией есть возможность совершить три активных действия: атаковать противника — $\alpha$, обойти его слева — $\beta$, обойти его справа — $\gamma$ или не совершать активных действий. Пусть у командующего нет возможности совершить одновременно все три действия или любые два, включающие действие $\alpha$. Однако он может совершить одновременно $\beta$ и $\gamma$. В данном случае универсальное множество $M$ состоит из восьми подмножеств множества $\{\alpha, \beta, \gamma\}$.

1. $\{\alpha\}$ Если командующий выбрал эту альтернативу, он принял решение атаковать противника.
2. $\{\beta\}$ В этом случае он принял решение обходить противника слева.
3. $\{\gamma\}$ Командующий принял решение обходить противника справа.
4. $\{\alpha,\beta\}$ Если командующий выбрал эту альтернативу, это означает, что он может реализовать либо действие $\alpha$ (атаковать противника), либо действие $\beta$ (обойти его слева). Но он не может реализовать и то, и другое одновременно.
5. $\{\alpha,\gamma\}$ Так же как в случае 4, командующий может реализовать любое одно из этих действий, но не оба одновременно.
6. $\{\beta,\gamma\}$ Поскольку $\beta$ и $\gamma$ совместимы, командующий может их реализовать либо одновременно, либо каждое из них по отдельности.
7. $\{\alpha,\beta,\gamma\}$ Командующий не может реализовать одновременно все три действия, поскольку они не совместимы. Он не может реализовать одновременно ни $\alpha$ и $\beta$, ни $\alpha$ и $\gamma$, поскольку они тоже не совместимы. Но он может реализовать каждое из действий по отдельности, либо $\beta$ и $\gamma$ одновременно.
8. $\{\ \}$ Пустое множество. Командующий не совершает никаких активных действий.

Пусть у командующего есть два союзника, $b$ и $c$, и противник $d$. Предположим, что $b$ и $c$ находятся в союзе друг с другом и в конфликте с $d$. Эта ситуация описывается следующим графом (рис. 5).

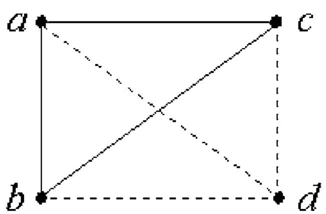


**Рис. 5.** Агент $d$ находится в конфликте с тремя другими агентами, которые находятся в союзе друг с другом.

Граф на рис. 5 декомпозируем. Агенту $a$ соответствует следующее уравнение:



$$[a]\,[b]\,[c]$$

$$[d] + [a\,b\,c]$$

$$a = [d + abc]. \qquad (21)$$

Предположим, что $d$ склоняет $a$ не совершать активных действий, т.е.

$$d = \{\ \} = 0. \qquad (22)$$

Пусть союзник $b$ советует обойти врага слева, а союзник $c$ – справа, т.е.

$$b = \{\beta\},\ c = \{\gamma\}. \qquad (23)$$

Подставляя эти значения в (21), получаем уравнение

$$[a]\,[\{\beta\}]\,[\{\gamma\}]$$

$$[0] + [a\{\beta\}\{\gamma\}]$$

$$a = [0 + a\{\beta\}\{\gamma\}]. \qquad (24)$$

Напомним, что произведение множеств равно их пересечению. Пересечение $\{\beta\}\{\gamma\}$ пусто, поэтому

$$\{\beta\}\{\gamma\} = 0. \qquad (25)$$

Преобразуя (24), находим, что

$$a = 0. \qquad (26)$$

Таким образом, модель предсказывает, что при данных условиях командующий воздержится от активных действий.

В заключение заметим, что возможно такое расширение модели, при котором значения одной и той же буквы могут быть различны на разных этажах диагональной формулы. Это дает возможность описывать воздействия агентов на подсознательную сферу друг друга.

## Литература

Лефевр В.А. (2007). Рефлексивный агент в группе.// *Рефлексивные процессы и управление*, т. 7, No.1, с. 102-116.

## Приложение

В этом приложении излагается новый способ введения функции рефлексии (см. Лефевр, 2007):

$$q = P + \overline{W}. \qquad (1)$$

Мы полагаем, что процесс выбора состоит из двух ступеней. Сначала агент совершает предварительный выбор, ему соответствует множество действий $W$, а затем окончательный, ему соответствует множество действий $q$. Множество $P$ состоит из действий, к выбору которых агента склоняет группа, мы будем их называть *предпочтительными для группы*, а действия, входящие в множество $W$, *предпочтительными для агента*.

Рассмотрим диаграмму на рисунке 1. Квадрат это все множество действий. Круг $W$ это множество действий, предпочитаемых агентом. Эллипс $P$ соответствует действиям, предпочтительным для группы.Незаштрихованная часть круга, $D$, это действия, предпочитаемые агентом, но не предпочитаемые группой. Множество этих действий может быть представлено как

$$D = \overline{P}W. \qquad (2)$$

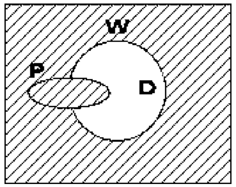


**Рис. 1.** Незаштрихованное множество состоит из запрещенных действий. Заштрихованное множество соответствует выбору агента.

Примером действий, входящих в $D$, могут быть *эгоистические* действия, т.е. выгодные агенту, но не выгодные группе. Такие действия мы будем называть *запрещенными*. Мы полагаем, что в рамках идеализированной схемы, агент, входящий в группу, не совершает запрещенных действий, а выбирает множество, состоящее из всех незапрещенных действий:

$$\overline{D} = \overline{\overline{P}W} = P + \overline{W} = q.$$

РЕФЛЕКСИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ И УПРАВЛЕНИЕ № 2, т. 7, 2007. С. 79–84

# Обобщенная семантика для рефлексивного анализа групп

*Тим Б. Кайзер, Стефан Е. Шмидт*

Институт алгебры
Технический Университет, Дрезден, Германия

Институт алгебры
Технический Университет, Дрезден, Германия

## Введение

В статье мы применяем теорию категорий к рефлексивной теории и даем интерпретацию полиномов, которые представляют рефлексивных агентов с помощью определенных категорий. В частности, такая интерпретация позволяет использовать интуиционистские семантики для анализа групп.

Понятие *сопряжение* широко распространено в математике. В наиболее общем виде сопряжения изучаются с помощью концептуального языка теории категорий. Мы начнем с основных определений и некоторых фактов, необходимых для дальнейшего исследования. Затем мы рассмотрим специальное сопряжение произведения и экспоненты. После этого мы используем полученные результаты и укажем способ оценки полиномиальных репрезентаций рефлексивных агентов в некоторых категориях посредством введения в рефлексивный анализ групп обобщенных семантик.

## Основные определения теории категорий.

В этом разделе мы даем краткий очерк теории категорий (для более детального ознакомление см., например, MacClain, 1998), которая нужна для последующего введения сопряжений.