

К истории дискуссий об интуиционистской логике¹

1. Философская роль математического интуиционизма с самого начала определялась его оппозицией к абстрациям классической математики и логики, которые позволяли отвлекаться от гносеологических ограничений, связанных с отсутствием общего (рекурсивного) метода для разрешения альтернативы «истинно – ложно» применительно к произвольным суждениям и, в частности, к суждениям о свойствах объектов «открытых» (бесконечных) совокупностей. В отличие от классических методологических установок интуиционизм придает эффективности (в частности, общерекурсивности) доказательств (установления свойств) решающее значение. Поэтому в общем случае в интуиционистских теориях отказываются от принципа исключенного третьего (*tertium non datur*), исходя из другой предпосылки: чтобы нечто утверждать, необходимо уметь эффективно проверять свои утверждения.

Между тем вопрос о логике без *tertium* долгое время оставался без ответа в силу принципиальной установки брауэровской школы. Согласно этой установке, точная математическая мысль основывается не на логике, а на рациональной интуиции, которая и должна судить о законности применения тех или иных логических аксиом и правил. Но так как «интуитивно ясное» невозможно без искажений перевести в формальную систему, то в принципе невозможно построить систему формул, которая была бы равноценна системе интуитивно ясных принципов рассуждения.

И все же, в известном смысле вопреки этой брауэровской установке, к концу 20-х годов начинаются поиски формализации интуиционистски приемлемых способов рассуждений.

К этому побуждали по крайней мере два обстоятельства: во-первых, начавшаяся со стороны других философских направлений полемика с интуиционизмом, попытки сторонников этих направлений представить интуиционизм как незаконное явление, настаивая на противоречивости его логических основ; во-вторых, вполне естественное в этих условиях стремление точнее представить себе (уяснить) систему интуиционистских понятий.

Ниже я отмечаю некоторые исторические эпизоды формирования интуиционистской логики, связанные с полемикой вокруг ее теоретических основ, и, в частности, позитивную работу российских математиков, которые активно способствовали и логическому оформлению системы интуиционистских понятий, и защите брауэровского подхода от обвинений в противоречивости.

2. В конце прошлого века русский философ Н.Я.Грот видел главную особенность логической науки «в том, что чем более она развивалась, тем более и умножались различные направления ее обработки и различные взгляды как на ее задачи вообще, так и на отдельные вопросы, в нее входящие»².

Н.Грот не считал эту тенденцию к обновлению и преобразованию положительной чертой логической науки, поскольку для него подлинная научность («точных наук») требовала единообразия выводов и согласия исследователей по всем частным вопросам. Отсутствие такого согласия в логике он объяснил ее зависимостью от философии, стремящейся скорее к удовлетворению субъективных запросов личности, чем к объективному исследованию.

Между тем, эволюция логики свидетельствовала как будто о другом: уже с эпохи средневековья логика жила в постоянных поисках методов, которые позволили бы выйти за узкие рамки аристотелевской силлогистики, преодолеть убеждение, что логика не может сделать ни одного существенного шага вперед и является, по существу «наукой вполне законченной и завершенной»³.

И отсутствие «согласия исследователей» в то время, когда Н.Грот ставил вопрос о реформе логики, следовало бы объяснить не субъективным факторам их разномыслия, а тем, что логика в ее традиционных границах окончательно не соответствовала потребностям нового времени, не могла служить «преддверием науки» пока сама не была поставлена на современный ей научный фундамент.

3. Теперь хорошо известно, каким путем пошла реформа логики. В ответ на запросы времени была создана новая теория дедуктивных рассуждений, получившая название математической логики не только в силу ее «внешнего облика» (исчислений высказываний и предикатов), но и по причине ее кровной связи с проблемами обоснования математики.

Правда, на первом этапе своего развития математическая логика в качестве алгебры логики (алгебры классов) создавалась как математическая модель (для математической интерпретации) традиционной логики. И это обстоятельство давало повод оценивать ее всего лишь, как иной («схоластический») метод анализа «старых метафизических понятий». Позднее новая задача — обоснование математики — существенно изменила характер математической логики, не изменив, однако, тенденции, подмеченной Н.Гротом, и не оборвав (а скорее укрепив) связь логики и философии, поскольку сама задача обоснования математики решилась в рамках «философски окрашенных» направлений. И хотя ни одно из этих направлений «теперь не претендует на право представлять единственно верную математику»⁴, тогда, в начале нашего века, они претендовали именно на такую роль.

Непосредственным результатом «идейной борьбы» этих направлений явилось то, что логика из «черно-белой» стала «цветной», была подорвана доктрина о единых (всеобщих) правилах мышления, выявилась возможность развивать различные формы логики для различных целей⁵, так что логический релятивизм стал бесспорным фактом⁶.

По мнению Г.Шольца, уже расселовская логика пробила брешь в представлении о единственности логики, явилась, так сказать, первой теорией, экспериментирующей над полем логических понятий. И все же брауэровская (интуиционистская) критика оказалась столь неожиданной и революционной, что в течение первых десятилетий становления голландской школы «интуиционистам приходилось отвоевывать себе место «под математическим солнцем» в острых спорах с представителями других направлений в основаниях математики»⁷.

4. К слову сказать, брауэровский интуиционизм, с трудом приобретающий сторонников на западе Европы, нашел скорое признание на востоке, у математиков и логиков России. И это неудивительно, поскольку многие из них входили в то время в

Московскую математическую школу, возглавляемую Н.Н.Лузиным, — выдающимся представителем «полуинтуиционистской» концепции в основаниях математики, известной также под именем эффективизма⁸. И если впоследствии российские сторонники интуиционистских идей отступились от идеалов своей молодости, то, думается, это произошло потому, что в эпоху 30–40-х гг. «красная профессура» должна была называться красной не только «по определению»⁹.

5. Одной из первых статей, конституировавших логику, согласованную с брауэровскими (интуиционистскими) методами (правилами) рассуждений, стала статья А.Н.Колмогорова «О принципе *tertium non datur*»¹⁰. Дело в том, что отказываясь от *tertium*, признавая незаконность его применения в области трансфинитных умозаключений, Брауэр не уточнял, какие именно принципы логики он допускает. А это был нетривиальный вопрос, поскольку практика логических рассуждений так или иначе сохранялась, а исключение *tertium* из числа законов (теорем) с необходимостью требовало пересмотра всего запаса теорем (и соответственно аксиоматики) классической (традиционной) логики. Такая работа и была предпринята в статье А.Н.Колмогорова, который, однако, подчеркивал, что только в логике математических рассуждений «возникает сомнение в безусловной применимости принципа *tertium non datur*», поскольку только в математике мы встречаемся с необходимостью трансфинитных суждений. А.Колмогоров (как и Брауэр) полагал, что *tertium* может быть принят в ограниченной области суждений, называемых финитными, но он указывал на трудности выявления «границ области финитных суждений»¹¹. Проанализировав классическую аксиоматику Гильберта с точки зрения интуиционистских требований к интуитивной ясности суждений (и усиливая этот критерий по отношению к суждениям, включающим отрицание), А.Колмогоров предложил законченный фрагмент интуиционистской логики в форме аксиоматического *имплекативного минимального исчисления* высказываний и предикатов.

Правда, статья А.Колмогорова имела еще и другую, как бы обратную методологическую цель: оправдать «незаконное» применение *tertium non datur* в области трансфинитных умозаключений с точки зрения понятий «псевдосуществования» и «псевдоистинности» — понятий более слабых, чем классические понятия об истинности и существовании¹². И на этом пути А.Н.Колмогоров предвосхитил более поздние результаты В.И.Гливенко (1929) и К.Геллея (1932), касающиеся отношений между классической и интуиционистской логикой, классической и интуиционистской математикой. Но его основная идейная установка по вопросу о допустимых аксиомах логики была в этот период критичнее интуици-

онистской: он отказывается не только от классических аксиом отрицания, но и от интуиционистски приемлемой *ex falso sequitur quodlibet*¹³.

6. Статья А.Н.Колмогорова появилась за год до начала дискуссии об основах брауэровской логики между Р.Вавром, П.Леви, Э.Борелем и М.Барзиным и А.Эррерой на страницах *Revue de Métaphysique et de Morale*. Едва намечавшиеся контуры новой логики окрестили тогда *эмпирической* математической логикой.

Сочетание понятий «логика», «математика» и «эмпиризм» было не случайным. И сказывалось здесь не только влияние философской традиции¹⁴, сколько начавшийся уже пересмотр концепции существования в математике в связи с обострившейся полемикой вокруг логических основ канторовской теории множеств. Помимо интуитивной очевидности доказательств существования и соответствующих им логических принципов (трансфинитные принципы вроде *tertium* заведомо отвергались) интуиционизм выдвинул такие условия на средства доказательства, при которых математические теоремы должны рассматриваться как чисто эмпирические факты определенным образом осуществленных построений, т.е. как выражения чисто эмпирических (правда, в рамках абстракции потенциальной осуществимости) результатов. Именно в связи с этими условиями интуиционистская концепция запрещала, вообще говоря, заключать о существовании математических объектов из доказательств непротиворечивости (позиция классиков в этом вопросе другая: непротиворечивость влечет выполнимость, или — всякая непротиворечивая теория имеет модель). Согласно Брауэру, непротиворечивость говорит только о возможности осуществления, но существование — это уже осуществленная возможность (факт). Вот почему ответственность за истинность утверждений (суждений) о существовании объектов с определенными свойствами должна нести не логика, а соответствующая этим объектам теория. Аристотелевское понимание «истины» и «лжи» здесь, вообще говоря, не годится, поскольку конструктивная истинность совпадает с доказуемостью (с осуществленным построением), а ложность — с опровержимостью (с осуществленным приведением к абсурду), понятием заведомо более сильным, чем ложь: абсурдность имплицитно ложь, но ложь не всегда имплицитно абсурдность. В результате вместо *duplex negatio affirmat* в брауэровской логике появляются три независимых утверждения о состоянии суждений: истин-

ность суждения, абсурдность суждения и абсурдность абсурдности суждения¹⁵. Хотя, как отметил Ролэн Вавр, это не является ни намеком, ни указанием на закон исключенного четвертого (*quantum non datur*)¹⁶, все же тот факт, что абсурдность абсурдности суждения не влечет, вообще говоря, ни его истинности, ни его абсурдности, породил подозрение в трехзначности брауэровской логики, о чем в 1927 г. и заявили бельгийские математики М.Барзин и А.Эррера. Правда, основанием для этой гипотезы им послужило другое обстоятельство, на которое ссылаются эти авторы.

В классической логике суждение существования можно получить из отрицания (приведение к противоречию) универсального суждения, пользуясь общезначимой формулой $\neg \forall x \alpha(x) \supset \exists x \neg \alpha(x)$. Это одна из формул, которые лежат в основе умозаключений по принципу исключенного третьего. «К примеру, — пишут М.Барзин и А.Эрреда, — *либо всякое число обладает некоторым свойством α , либо это ложно, и существует некое число, которое этим свойством не обладает*. Ибо достаточно доказать, что первая из этих гипотез приводит к противоречию, чтобы установить существование числа, которое не обладает свойством α . Г-н Брауэр, не допуская доказательств существования без построения, приходит к заключению, что ложность первого суждения не влечет с принудительностью (*forcijment*) истинности второго; из чего следует, что второе суждение должно иметь иное истинностное значение, чем истина или ложь.

Таким образом, необходимо, чтобы имело место некое третье состояние суждений и чтобы по крайней мере одно суждение находилось в этом третьем состоянии, т.е. было бы не истинным и не ложным»¹⁷.

7. Казалось, из этого отрывка можно было бы заключить, что М.Барзин и А.Эррера признавали для брауэровской логики интерпретацию на трехзначной системе истинностных значений *корректной*, в чем их неоднократно и упрекали и на что неоднократно указывалось в позднейшей литературе¹⁸. Однако, справедливости ради, отмечу, что упреки эти неосновательны. Как видно из известной статьи этих авторов, их главная цель — «показать, что, допуская третье значение суждений, невозможно рассуждать, не впадая тотчас же в противоречие»¹⁹.

Гипотеза трехзначности была для М.Барзина и Ф.Эрреры чем-то вроде гипотезы *ad hoc*, которая должна быть отброшена перед лицом возражений более веских, чем временный характер

Гипотеза трехзначности была для М.Барзина и Ф.Эрреры чем-то вроде гипотезы *ad hoc*, которая должна быть отброшена перед лицом возражений более веских, чем временный характер третьей возможности. Таким абсолютно веским возражением являлась для них, конечно, противоречивость. И поскольку эти авторы констатировали, что брауэровская концепция оснований математики не может обойтись без гипотезы «трех состояний», они и попытались показать противоречивость этой концепции.

В принципе идея «третьего состояния» не оспаривалась никем. Она определялась вполне объективным фактом существования недоказанных и неопровергнутых (неразрешимых или «неустановимых», как мы сказали бы теперь) суждений, что, вообще говоря, не противоречило интуиционистской идеологии. И для оппонентов интуиционизма вопрос, казалось, состоял лишь в уточнении онтологического статуса этих суждений: принимать ли их как факт *относительный*, обусловленный несовершенством нашего познания, или рассматривать их как факт *абсолютный* («на все время»), не зависящий от прогресса нашего знания. В частности, М.Барзин и А.Эррера только в последнем случае готовы были признать основательность критической позиции Брауэра по отношению к *tertium*. Но стремление получить заведомо отрицательный результат — опровергнуть математический эмпиризм Брауэра — явно возобладавало над строгим анализом вопроса.

8. Таким образом, позитивная работа российских математиков (А.Колмогорова, В.Гливенко и А.Хинчина) состояла вовсе не в критике субъективного идеализма брауэровской школы, как об этом писали, а в первую очередь в защите брауэровского подхода от обвинений в противоречивости. Конечно, такая защита могла состоять просто в том, чтобы указать на ошибки в рассуждениях М.Барзина и А.Эрреры. Но это не была бы защита в духе логики, защита *ad contradictorium*. Для последней нужны были более веские основания.

9. Первым, кто усомнился в доказательности аргументов М.Барзина и А.Эрреры, был А.Я.Хинчин. Он не указывает непосредственно на ошибки в их доказательстве, но пользуется косвенным методом опровержения по схеме: «Если *B* истинно, а из *A* следует не-*B*, то *A* ложно», где под *B* подразумевается система

теорем классической логики высказываний, а под A — совокупность аксиом и правил логики, принятых бельгийскими авторами. Основная идея — «показать, что принимая эти правила (и аксиомы — М.Н.), мы тотчас приходим к совершенно аналогичному противоречию и в классической логике»²⁰. При этом под «совершенно аналогичным противоречием» подразумевается вывод формулы $(\neg\rho \supset \rho) \vee (\rho \supset \neg\rho)$, которая, демонстрируя «парадоксальный» характер материальной импликации, не является, конечно, подлинным противоречием в системе аксиом и правил, принятых бельгийскими авторами. Кстати, доказав альтернативу $(\rho' \supset \neg\rho) \vee (\rho \supset \rho')$, эти авторы тоже не получили желаемого противоречия, поскольку, вообще говоря, можно указать такую интерпретацию логических связок и третьего значения суждения $\text{г}'$, при которой эта альтернатива не будет выражать никакого противоречия ни «сама по себе», ни по отношению к закону исключенного четвертого (*quartum non datur*), ни по отношению к закону исключенного четвертого (*quartum non datur*), который приняли эти авторы в качестве постулата своей («интуиционистской») логики высказываний²¹.

10. Теперь известно, конечно, что идея «третьего значения», приемлемая в языке исследователя для выражения фактов, лежащих за пределами математически (интуиционистски) осмысленных «умственных построений», оказалась неприемлемой для семантической интерпретации брауэровской логики. Но впервые это доказано было В.Гливенко, который для выяснения всех обстоятельств дела пошел прямым путем адекватной формализации брауэровских принципов, избегая каких-либо произвольных допущений. Правда, в своей первой статье он еще далек от полной формализации этих принципов и ограничивается слабым фрагментом минимальной логики²². Но и этого фрагмента оказалось достаточно, чтобы показать, что полученное М.Барзиным и А.Эррерой «противоречие ничего не говорит против точки зрения Brouwer'a»²³ и попутно дать формальное доказательство двух метаматически важных теорем: неложности *exclusii tertii* и того, что любое ложное суждение, если оно получено с помощью *exclusii tertii*, будет ложным и в брауэровской логике.

В своей второй работе²⁴, расширяя предыдущую систему аксиом, В.И.Гливенко уже полностью аксиоматизирует интуиционистскую логику высказываний, включая *ex falso sequitur quodlibet* и недостававшие прежде аксиомы полной положительной логики. В этой второй статье В.Гливенко решает метаматическую

задачу редукции классической логики высказываний к интуиционистской, то есть, по существу, дает доказательство *непротиворечивости* классической логики высказываний *относительно* интуиционистской.

- ¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 96-06-80606.
- ² Грот Н.Я. К вопросу о реформе логики. Лейпциг, 1882. С. 5.
- ³ Кант И. Соч. Т. 3. М., 1964. С 82.
- ⁴ Гейтинг А. Тридцать лет спустя // Математическая логика и ее применения. М., 1965. С. 225.
- ⁵ См.: Гейтинг А. Интуиционизм. М., 1965. С. 15.
- ⁶ Консервативная реакция на это, конечно, осталась: «Мысль... что может существовать несколько различных логик, является полным логическим абсурдом. Это необходимо постоянно повторять, кажется, потому, что в философии существуют не только вечные понятия или проблемы, но также – и вечные бессмыслицы. Логический релятивизм есть именно такая бессмыслица» (Rickert H., Die Logik des Prädikats und das Problem der Ontologie // SNA. phil.-hist. K 1. 1930/31. 1 Abh. S. 49). Цит. из кн.: Scholz H. Zarys historii logiki. W-wa, 1965.
- ⁷ Бирюков Б.В. Г.Вейль и методологические проблемы науки // Вейль Г. Симметрия. М., 1968. С. 177.
- ⁸ Справку о методологических и философских посылках эффективизма см.: Философская энциклопедия. Т. 5. М., 1970. С. 591-592. Философский Энциклопедический Словарь, М., 1989. С. 780. Замечу, что сам Н.Лузин энтузиазма по поводу новых логических идей не испытывал. Вот, как он оценивал их в 1929 г.: «существование многих логик было бы, право, очень печальной роскошью. Мне кажется, что построение новой логики в настоящее время крайне преждевременно» (Лузин Н.Н. Соч. Т. 2. М., 1958. С. 468).
- ⁹ Не пожелавший окрашиваться в красный Н.Н.Лузин получил «титул» математика с «черносоленным образом мыслей фашистской окраски» (см.: Кольман Э., Предмет и метод современной математики. М., 1936. С. 290).
- ¹⁰ Математический сб. Т. 32, вып. 4. М.; Л., 1925. С. 646-667.
- ¹¹ Попутно замечу, что проблема tertium была поставлена Аристотелем до проблемы трансфинитных умозаключений, поскольку и в финитной области возникают задачи, которые не допускают положительного решения в духе tertium.
- ¹² Термин «псевдосуществование» по отношению к эффективно непредставимым (невыразимым) объектам употреблял и Н.Н.Лузин.
- ¹³ Позднее по сходным соображениям от ex falso откажется И.Йоханссон (Compositio Mathematica. V. 4, fasc. 1. Groningen, 1937), а еще позднее – А.С.Есенин-Вольпин в своей ультраинтуиционистской программе (Логические исследования. М., 1959).
- ¹⁴ Хотя та же проблема эффективности выросла – по существу – из «старой» философской задачи финитной характеристики эмпирической (трансцендентальной, а не трансцендентной) всеобщности, которая занимала

- некоторых логиков 19-го столетия. Подробно об отношении брауэровской школы к философским установкам вообще см.: *Гейтинг А.* Обзор исследований по основаниям математики. М., 1936; *Суханов К.Н.* Критический очерк гносеологии интуиционизма. Челябинск, 1973.
- 15 Дальнейшая итерация отрицаний не дает ничего нового в силу теоремы $\neg\neg\neg p \supset \neg p$, полученной Брауэром в 1923 г. Формальное доказательство этой теоремы см. в первой статье В.Гливенко.
- 16 *Wavre R.* Logique formelle et logique empiriste // *Revue de Méthaphysique et de Morale.* Janvier, 1926.
- 17 Sur la logique de M.Brouwer. Résumé d'une Note parue 8 janvier 1927 dans Bulletin de l'Académie de Belgique // *Borel E.* Leçon sur la théorie des fonctions. Paris, 1928. P. 283.
- 18 См. например: *Гейтинг А.* Обзор исследований... С. 23; *Яновская С.А.* Основания математики и математическая логика // Математика в СССР за тридцать лет. М.; Л., 1948. С. 30; *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М., 1968. С. 263.
- 19 *Barzin M., Errera A.* Sur la logique de M.Brouwer // Académie Royale de Belgique, Bulletins de la classe des sciences. Ser. 5, 13, 1927. P. 60.
- 20 *Khinchine A.* Objection à note de M.M.Barzin et Errera // Académie Royale de Belgique. Bulletins de la classe des sciences. Ser. 5, 14, 1928. P. 223.
- 21 Между прочим, характерно невнимание этих авторов к интуиционистской интерпретации логических связок. К примеру, во второй части Леммы 2, применяя классическую форму *reductio ad absurdum*, они пользуются как интуиционистски верной (что неверно!) формулой $\neg(p \& q) \supset \neg p \vee \neg q$, которая играет существенную роль в их доказательстве «противоречивости». См.: *Barzin M., Errera A.* Sur la logique... P. 65.
- 22 *Glivenko V.* Sur la logique de M.Brouwer // Académie Royale de Belgique. Bulletins de la classe de sciences. Ser. 5, 14, 1928. P. 225-228. С этой поправкой следует читать статью «Гливенко» в Философской Энциклопедии (Т. 1. М., 1960. С. 374), в которой ошибочно указан 1928 г. — год первой (указанной выше) работы Гливенко, как год аксиоматизации интуиционистской логики.
- 23 *Гейтинг А.* Обзор исследований... С. 23.
- 24 *Glivenko V.* Sur quelques points de la logique de M.Brouwer // Académie Royale de Belgique. Bulletins de la classe des sciences. Ser. 5, 15, 1929. P.183-188.

О фундаментальной гносеологической роли парадоксов

1. Значение истории парадоксов

История парадоксов столь же древняя, как история логики и философии. Но возможно наибольшее их количество и разнообразие обнаружено в XX веке.

Роль парадоксов столь значительна в познании, что, например, В.С.Библер [2] назвал всю философскую логику логикой парадокса. Хотя он имел в виду переносный смысл («логика соотношения мышления и бытия»), но положение это имеет смысл и для той области современной логики, которая называется философской логикой, а впрочем, и ко всей современной логике.

Во-первых, в самой логике (в различных ее областях) обнаруживаем разного вида парадоксы, во-вторых, с помощью средств логики имеет смысл анализировать парадоксы и в любой области¹.

В [3] Библер понимает философскую логику как логику культуры. Он дает здесь наиболее, пожалуй, широкое определение парадокса [с. 88]: «Парадокс есть всеобщая логическая форма воспроизведения и обоснования в понятии, в логике-внепонятийности, внелогичности бытия, все более всестороннее несводимого к понятию». Так широко понятый парадокс поистине манифестирует фундаментальную иррациональность бытия, которая, оказалась рационально воспроизведенной. В этом же духе выступает швейцарский профессор философии К.Глой, говоря о возможности устранения парадоксов [9, с. 96] «Апорий (в смысле парадоксов вообще. — А.Щ.) можно избежать лишь при допущении таких стратегий аргументации, которые включают хаотичность и флуктуации и тем самым не разрушаются от таких предпосылок, а интегрируют их в свое решение».

На необходимость интегрированного подхода к парадоксам, различным противоречиям указывалось в [10, 11, 13].

В [10] отмечалось, что полезно было бы исследовать типологию гносеологических противоречий, классификацию видов и способов их разрешения.

В связи с этим возникают вопросы: всегда ли связаны противоречия и парадоксы с кризисами в науке, различен ли их гносеологический вес и статус, можно ли редуцировать все парадоксы к парадоксам конечного- бесконечного, можно ли все парадоксы науки свести к схеме взаимоотношения содержательного и логического, как, например в [14].

Полезно было бы выяснить взаимосвязь парадокса и таких понятий как антиномия, логическое противоречие, апория, софизм, паралогизм, неразрешимое предложение.

2. Парадоксы в различных сферах познания

Признавая приоритет логики и математики в возникновении и исследовании парадоксов, нельзя не отметить многообразии областей обнаружения парадоксов. Едва ли можно обозначить даже области исчерпывающим образом. В математике чаще всего выделяют теоретико множественные парадоксы, хотя ими, видимо, парадоксальность не исчерпывается. Пожалуй, наиболее богата логика различными видами парадоксов.

Известно, что в Элейской школе апории являлись как логическими, так и онтологическими. Целый спектр парадоксов относится к типу семантических. Это антиномии отношения именованя, парадоксы, вытекающие из различных теорий истины (связанные с понятиями истинности, определяемости, выразимости); к семантическим относятся и «парадокс Нельсона», известный еще античным скептикам и связанный с трудностями одного из вариантов корреспондентной теории истины.

Особняком стоят парадоксы следования, но при определенном истолковании следования (как, например, у Е.К.Войшвилло) они также оказываются семантическими.

При максимально лаконичной оценке можно отметить наиболее известные из них: парадокс следования истинного высказывания из произвольного, необходимого высказывания из произвольного, парадокс следования любого высказывания из ложного, а также любого высказывания из противоречивого [см. 20].

Некоторые деонтические парадоксы являются частными случаями парадоксов теории следования [12]. Кроме дедуктивных, известны и парадоксы индуктивной логики.

Наиболее известным индуктивным парадоксом является парадокс подтверждения: логически эквивалентные генерализации (часто приводят пример с контрапозицией индуктивного обобщения «Все вороны черные») подтверждаются взаимно несовместимыми примерами.

Кроме чисто логических и математических существуют и космологические парадоксы. К ним можно отнести антиномии диалектического разума И.Канта (определенные, правда, самим автором их как только гносеологические). Известны и современные космологические парадоксы. Они косвенно связаны с логическими и математическими.

1. Экспансионный парадокс (Э.Хаббл). Принимая идею бесконечной протяженности, приходим к противоречию с теорией относительности. Удаление туманности от наблюдателя на бесконечно большое расстояние (согласно теории красного смещения В.М.Слайфера и эффекта Доплера) должно превышать скорость света. Но именно она является предельной (по теории Эйнштейна) скоростью распространения материальных взаимодействий.

2. Фотометрический парадокс (Ж.Ф.Шезо и В.Ольберс). Это тезис о бесконечной светимости (при отсутствии поглощения света) неба согласно закону освещенности любой площадки и по закону возрастания числа источников по мере возрастания объема пространства. Но бесконечная светимость противоречит эмпирическим данным.

Принцип бесконечной протяженности приводит и к этому фотометрическому парадоксу.

3. Гравитационный парадокс (К.Нейман, Г.Зеелигер). Бесконечное число космических тел должно приводить к бесконечному тяготению, а значит к бесконечному ускорению, что не наблюдается.

4. Термодинамический парадокс (или так называемая тепловая смерть вселенной). Переход тепловой энергии в другие виды затруднен по сравнению с обратным процессом. Результат: эволюция вещества приводит к термодинамическому равновесию. Парадокс говорит о конечном характере пространственно-временной структуры вселенной.

Некоторым образом примыкают к космологическим религиозные парадоксы, нередко затрагивающие принципы бесконечности. Обозначим некоторые из них.

1. Парадоксальность неизменности и изменчивости идеи Начала. «Начало вечно пребывает, оно в этом смысле неизменно. И вместе с тем оно непрестанно изменяется, ибо только посредством изменения возникают все видимые вещи [14, с. 7]. Интересно, что уже Ксенофан (6 в. до н. э.) приходит к идее единого Бога как вечного и шаровидного. Парменид (6—5 в. до н. э.), его ученик, отождествил начало и Бога, полагая Бога неизменной сущностью изменчивых вещей.

2. Известна антиномичность идеи тринитаризма, обсуждаемая и сейчас, а не только в средневековье [см., например 15].

3. Возможность создания камня, неподъемного для Всевышнего.

4. *Actus purus*.

5. Приписываемый Тертуллиану парадокс *Credo quia absurdum est*.

6. Всомогущество Бога и существование зла в мире [см. 18, 1].

Не менее интересны и многообразны парадоксы медико-биологической сферы. Это противоречивые субстратно-функционального понимания жизни, парадокс выздоровления при неустранимой патологии, парадоксы соотношения жизни и смерти, нормы и патологии и др.

3. Причины парадоксов

Можно выделить следующие, как будто наиболее распространенные (без претензии на универсальность) общеметодологические причины возникновения и воспроизведения парадоксов:

а) возникновение парадоксов как результат недостаточности традиционного подхода к новым феноменам в теории и практике;

б) понимание парадоксов как противоречий гносеологического плана;

в) субъектно-объектный характер возникновения парадоксов;

г) парадоксы-результат неправильного введения определенных абстракций.

Остановимся подробнее хотя бы на пунктах в) и г). В.С.Библер [2] приходит к выводу, что для обоснования логики необходимо выйти за пределы этой логики [с. 31]. Аналогичную мысль

встречаем у Е.К.Войшвилло в частном случае анализа парадоксов следования [см., например: 5, 6]. Парадоксы классической теории следования он связывает с неявно принимаемой информацией о самой действительности (на основе которой строятся описания состояний), что она непротиворечива и в ней принят закон исключенного третьего.

Исключительную плодотворность в научном поиске в плане парадоксов познания приобретает понятие бесконечности, за которым скрывается к тому же множество понятий качественно различного истолкования бесконечности. «Мы должны ввести в логику идею бесконечности, — пишет русский логик, основатель паранепротиворечивой логики Н.А.Васильев², — великую идею нового времени... Нужно расширить ее пределы, удостовериться в бесконечности возможных логических систем» [4, с. 80-81].

Апория Зенона, например, можно истолковать как связанные с различными пониманиями бесконечности: с одной стороны, актуальной и потенциальной; с другой стороны- счетной и континуальной. К возникновению парадоксов нередко приводит перенесение (иногда бессознательное) законов конечного мира в сферу бесконечного.

4. Оценка характера парадоксов

По отношению к парадоксам даже на одном и том же уровне развития науки наблюдается весьма неоднозначная оценка их роли, статуса и смысла. Обычно наиболее непосредственным и часто встречающимся является понимание парадокса как негативного явления и соответственно борьба с ним как фактом «зла». Утверждается необходимость устранения парадокса, например, путем уточнения фигурирующих в парадоксе терминов, введения ограничений на соответствующие понятия. Так устранение известных парадоксов следования как считает Е.А.Сидоренко [16, 17] связано с ограничениями, накладываемыми на принцип непротиворечия, так как, по его мнению, именно неограниченное применение этого принципа рождает парадоксы в формализованных теориях дедукции. Интересно, что Е.К.Войшвилло (см. выше цитируемые сочинения), наоборот, связывает исключение парадоксов следования устранением ограничений онтологического характера, накладываемых

на возможные миры, к которым могут относиться высказывания. Ограничения таковы: заведомое исключение противоречивых миров (содержащих высказывание вместе с его отрицанием) и неопределенных миров (где неверно, что высказывание истинно, но и неверно, что высказывание ложно).

Устранение парадоксов может быть связано с полезными уточнениями понятий. Так сказано, например, у Е.К.Войшвилло и В.И.Маркина о парадоксе всеведения [7, с. 93]: «Попытки построения эпистемических систем на основе стандартных семантик возможных миров (которые с успехом используются в других неклассических логических теориях, например, в логике алетических модальностей и в логике времени) привели к появлению в этих системах законов, утверждающих, что субъект знает все логические следствия положений, которые он считает истинными, что явно не соответствует реальной практике человеческого познания.

Попытки устранения «парадоксов логического всеведения» выявили необходимость учета в семантике объема знаний субъекта, совокупности познавательных (в том числе и логических) приемов, которыми он владеет, источника сведений, на котором основываются его мнения. В результате были в определенной мере уточнены такие важные гносеологические понятия, как система знаний субъекта, явное и неявное знание, рациональное знание и др.

Другую позицию можно назвать позицией резиньяции. Это признание правомерности какой-либо системы знания, несмотря на обнаруженные парадоксы. Такова позиция о.П.А.Флоренского в отношении согласования троичности с логикой. Положение «Троица в Единице и Единица в Троице для рассудка ничего не означает» [19, с. 59]. Б.В.Раулинбах в [15] оценивает его позицию так: «Он считает это положение антиномичным (противоречивым по форме) и не видит в этом ничего плохого, считая, что это противоречие и не надо снимать, а надо преодолевать его подвигом веры. Антиномичность становится здесь своеобразной неизбежностью, по мысли о.Павла Флоренского».

Интересна позиция воспроизведения парадоксов. К ней приемыкает позиция роковой, принципиальной неустанимости никаких парадоксов. Эта позиция кратко выражена в словах Ясперса: «Формы нашей мысли принадлежат нашему человеческому пониманию. Они запутываются в неразрешимых в антиномиях [21]. Аналогичные мысли находим у Г.Х.фон Вригта [8], К.Глоя [9]. Так он пишет [с. 93]: «Причина неизбежности

апорий заключается в том, что, с одной стороны, ищут нечто абсолютно достоверное и твердое, а с другой стороны, все без исключения подлежит сомнению и требует обоснования». Автор добавляет, что «ситуация вряд ли может когда-либо измениться».

5. Методологические функции парадоксов

В научном познании чаще всего обнаруживается многоцелевое назначение парадоксов. Они оказываются узловыми моментами ставшего и одновременно становящегося знания. Парадоксы часто выступают как индикаторы кризисного состояния. Они стимулируют выдвижение новых исследовательских программ.

Парадоксы могут выступать и как причины пересмотра введенных абстракций. Нередко парадоксы указывают на границы, в которых уместно рассматривать справедливость утверждений той теории, где он возник.

Литература

1. Беседа с Алвином Плантигой // *Вопр. философии*. 1994. № 4.
2. *Библер В.С.* К философской логике парадокса // *Вопр. философии*. 1988. № 1.
3. *Библер В.С.* Итоги и замыслы // *Вопр. философии*. 1993. № 5.
4. *Васильев Н.А.* Логика и металогика // *Логос*. 1919-1913. Кн. 1-2.
5. *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекты релевантной логики. М., 1988.
6. *Войшвилло Е.К.* Символическая логика классическая и релевантная. М., 1989.
7. *Войшвилло Е.К.* Философское и методологическое значение. В.И.Маркин логики // *Вопр. философии*. 1988. № 2.
8. *Вригт Г.Х. фон.* Логика и философия в XX веке // *Вопр. философии*. 1992. № 8.
9. *Глой К.* Проблема последнего обоснования динамических систем // *Вопр. философии*. 1994. № 3.
10. *Диалектика научного познания*. М., 1987.
11. *Ивин А.А.* Софизм как проблемы // *Вопр. философии*. 1984. № 2.
12. *Ивин А.А.* Логика норм. М., 1973.
13. *Клайн М.* Математика. Утрата определенности. М., 1984.
14. *Овчинников Н.Ф.* Парадоксы и их роль в истории научной мысли // *Природа*. 1982. № 2.
15. *Раушенбах Б.В.* Логика троичности // *Вопр. философии*. 1993.

16. *Сидоренко Е.А.* Логическое исследование и условные высказывания. М., 1983.
17. *Сидоренко Е.А.* Принцип противоречия и форма формализованные теории // *Вопр. философии.* 1983. № 6.
18. *Фатиев Н.И.* Возможные миры в смысле А.Плантинги, теология и логика // *Проблемы христианской философии.* М., 1994.
19. *Павел Флоренский.* Столп и утверждение истины. Т. 1, ч. 1. М., 1990.
20. *Anderson A.R.* Entailment. Vol. 1. 197 N.d.Belnap.
21. *Jaspers K.* Introduction a'la philosophie. P., 1971.

¹ Вопросы данной статьи (значительно сокращенной по сравнению с изначальной) обсуждались с В.А.Смирновым, надеюсь, что в какой-то степени выполнено пожелание В.А.Смирнова, сделать работу более философской.

² В.А.Смирнов открыл для научной общественности это забытое имя.