



О VI Смирновских чтениях (Обзор международной конференции, философский факультет МГУ, 17–19 июня 2009 г.)

Г.К. ОЛЬХОВИКОВ

Смирновские чтения являются крупнейшим форумом российских специалистов по так называемой философской логике. Кроме того, в программу каждой из этих конференций входит до полудюжины докладов крупных западных логиков, что до некоторой степени позволяет поместить исследования российских ученых в контекст мировых тенденций развития этой науки. Поскольку большинство российских логиков, так или иначе, сами участвуют в Смирновских чтениях, ниже следующий комментированный обзор докладов, представленных на последней из конференций этой серии, будет интересен в основном представителям «смежных» областей философского знания. Кроме того, краткость данной статьи налагает естественные ограничения на полноту и подробность изложения результатов. Поэтому в отборе материалов для данного обзора мы в основном ориентировались на пленарные доклады, почти полностью упуская из виду дискуссии на отдельных секциях конференции.

Пленарный доклад **А.С. Карпенко «Проблема континуальности трехзначных логик»** суммировал достаточно интересное направление исследований в области трехзначных логик, связанное со свойством их континуальности. Суть проблемы приблизительно такова. Идентифицируем логику с множеством допустимых в ней связок (определяемых табличным методом). Поскольку всего разных таблиц столько же, сколько и натуральных чисел, то и связок будет столько же, а значит, из этих связок можно образовать континуум разных наборов связок. Проблема в том, что некоторые из этих наборов будут определять одну и ту же логику, поскольку все связки одного набора могут быть выражены через связки другого набора (и наоборот). Возникает естественный вопрос: а сколько же различных логик определяет наш континуум наборов связок? Ответ на этот вопрос зависит от числа значений, которые содержатся в наших таблицах: если их два, то логик столько же, сколько связок (а значит, столько же, сколько натуральных чисел). Если значений больше двух, то логик столько же, сколько наборов связок, то есть континуум. Более того, иногда континуум различных логик можно определить, используя не все



связки, а, например, только связки, выражимые в некоторой системе многозначной логики. Такая логика обладает т.н. свойством континуальности. Естественно, особое внимание привлекает именно случай трех значений, с которого и начинается это скачкообразное увеличение числа определяемых логик. На предмет обладания этим свойством исследовано уже более ста различных трехзначных логик, однако общего критерия, позволяющего по виду связей трехзначной логики определить, дают ли они в сумме континуальную логику, не найдено. Кроме того, для некоторых широко известных систем, например, для трехзначной логики Бочвара, исторически связанной с поиском постгильбертовых оснований математики, проблема континуальности не решена до сих пор. В своем докладе Карпенко дал обзор исследований по вопросам континуальности трехзначных логик и высказал ряд гипотез, кульминацией которых стала гипотеза о критерии континуальности для трехзначных логик, связывающая это свойство с возможностью определенного вида аксиоматизации данной логики.

Пленарный доклад **Н.Н. Непейводы «Зависимость логики от главного ресурса и главной ценности»** также имел обзорный характер и был посвящен уже более чем столетней истории развития конструктивных логик, в которую докладчик включил и историю интуиционистской логики, открытой Л.Э.Я. Брауэром. По мысли докладчика, классическая логика, будучи обманчиво простой и естественной до определенного предела развития, на высших уровнях абстракции начинает стремительно терять содержание, вырождаясь в технически виртуозную, но не имеющую никакого смысла игру с символами. С другой стороны, конструктивная логика, хотя и представляет некоторые дополнительные сложности по сравнению с классической, при дальнейшем развитии ведет к все более глубоким содержательным результатам, имеющим общеметодологическое значение. Первой логикой с таким свойством оказалась логика Брауэра. Однако ее применение к конкретным математическим теориям слишком часто давало бессодержательные или практически не отклоняющиеся от классических вариантов тех же теорий результаты. По мнению автора доклада, проблема была в том, что интуиционистская логика не связывала возможность построения вывода с наличием нужного количества ресурсов для этого построения, как бы эти ресурсы ни понимались. В то же время, понятие доказательства в большинстве постинтуиционистских систем конструктивной логики может быть однозначно связано с тем или иным «основным ресурсом» и стратегиями его использования. В частности, по мнению докладчика, уже построены «логика времени» (нильпотентная логика) и «логика денег» (линейная логика). В ходе доклада была представлена и недавно разработанная Н.Н. Непейводой конструктивная логика нового типа. Эта так называемая реверсивная логика обнаруживает парадоксальную независимость от расходования каких-либо ресурсов, формализуя таким образом вычисления сверхпроводящего компьютера. Все действия такого компьютера оказываются обратимыми, и при их совершении не возникает, но и не теряется никакая информация.

Проблема пролиферации систем неклассической логики и та ситуация, в которую эта пролиферация поставила логическую науку,



также активно обсуждались на конференции. Умножение числа «логик» ставит эту науку перед непростым вопросом: а что же такое Логика, когда логик много?

По сути, одним большим ответом на этот вопрос стал доклад **Ж.-И. Безье «What is logic?»**. Отталкиваясь от восходящего к А. Тарскому аксиоматического определения оператора выводимости, автор доклада предложил, после ряда промежуточных рассуждений, ослабить число аксиом, описывающих этот оператор, до... пустого множества, т.е. отказаться от любых аксиом вообще. Источником вдохновения здесь послужил проект универсальной алгебры, где отказ от идеи предложить общий для всех алгебр набор аксиом произошел после того, как было осознано, что пересечение двух основных на тот момент групп алгебр не содержит ни одной общей аксиомы. Точно так же и в логике есть основания для такого отказа. Рассмотрим, например, «антиклассическую» логику, т.е. дополнение к множеству классических тавтологий: это множество не подчиняется ни одной из аксиом Тарского, но допускает как аксиоматическое, так и синтаксическое описание.

Предполагаемое Безье сходство универсальной логики с универсальной алгеброй в некоторых отношениях представляется сомнительным. Применение аксиоматического метода как к операциям сложения и умножения в алгебре, так и к оператору выводимости в логике было осуществлено на базе метаязыка, включающего значительные части классической теории множеств, а значит, предполагающего классическую логику предикатов. Но операция логического вывода, в отличие от алгебраических операций, существенным образом предполагается в рамках этого метаязыка. Аксиоматизация Тарским оператора выводимости поэтому вовсе не была редукцией логики к каким-то более глубоким основаниям; напротив, она была еще одной иллюстрацией его по сути тавтологичного подхода к семантике: одно суждение *следует* из другого, т.т.т., когда его принадлежности множеству *следствий* этого другого суждения *следует* из сформулированных Тарским аксиом. Поэтому простой отказ от этих аксиом ничего не дает: мы остаемся с классической металогикой, которая уже в силу того, что мы именно в ней рассуждаем обо всех неклассических и антиклассических логиках, утверждается в своем статусе единой и истинной Логикой с большой буквы Л.

Тот факт, что неклассическая логика объектного языка при классической логике метаязыка создает лишь ограниченные («локальные») неклассические эффекты, был также одной из мотиваций доклада **В.Л. Васюкова «Metalogical Pluralism»**. Хотя автор доклада рассматривал построение неклассических систем с неклассическим же метаязыком в качестве возможного развития тезиса о существовании несводимого к некоей единой основе множества различных логик, маловероятно, чтобы этот ход был успешен в большом числе случаев. Как известно, ценность неклассических логик состоит в том, что в рамках языка данного уровня они позволяют иметь некоторые выразительные возможности, в классической логике появляющиеся лишь на языках более высоких уровней. Все эти новые возможности возникают за счет усиленной по сравнению с классической логикой



онтологии этих систем. Поэтому, если мы предполагаем для данной логики неклассическую семантику, проблема состоит в том, чтобы оправдать соответствующую усиленную онтологию. В ряде случаев такое оправдание может быть найдено, как, например, в случае комбинации интуиционистской логики с интуиционистским метаязыком. Продуктивность именно этого сочетания возникает, в конечном счете, из двух обстоятельств: (1) предполагаемая интуиционистским языком онтология является специфической онтологией математических объектов, и, следовательно, подходит для описания объектного языка, который сам по себе является математическим объектом; (2) интуиционизм не является всего лишь «еще одной логикой», он представляет собой часть программы, включающей другие части математики, в частности, особую теорию множеств. Ни один из этих факторов не действует для большинства упомянутых в докладе Васюкова комбинаций, например, для релевантной логики с релевантным же метаязыком: довольно сложно представить себе какое-то убедительное обоснование для привнесения в метаязык релевантистских усложнений.

Отметим также, что в склонности основных участников Смирновских чтений к защите логического плюрализма есть нечто парадоксальное. Среди полудюжины пробных определений понятия «логика», которые давались в ходе состоявшихся в нашем присутствии дискуссий, ни одно не предполагало классическую логику первого порядка в качестве основной. Это было бы естественно, если бы классическая логика не была достаточной для выражения тех результатов и проблем, которые обсуждались участниками. Но ситуация как раз противоположна: практически все доказательства, которые были даны на конференции, в принципе могли быть записаны в одной из стандартных систем первопорядковой теории множеств. Исключением здесь может быть, пожалуй, лишь результат А.В. Чагрова и Л.А. Чагровой

о неразрешимости проблемы окрестностной полноты для нормальных модальных логик, который может потребовать ресурсов классической логики высших порядков.

Таким образом, и после VI Смирновских чтений классическая логика де-факто остается основанием для современных дискуссий в области философской логики, при всем их видимом плюрализме, в том же смысле, в котором аксиоматическая теория множеств остается основанием современной математики. Ни один математик-практик не будет оформлять свои результаты в виде доказательств в системе ZFC, однако «в конечном счете» в математике считается доказанным только то, что доказуемо в этой системе. Точно так же логик не строит свои рассуждения о неклассических системах в виде доказательств в двузначной логике, но в конечном счете все, что он делает, может быть представлено именно так. Учитывая степень распространения классической логики в философском и научном сообществе, единственный ход, позволяющий последовательно избежать упоминаний о классических системах при определении науки логики – это «террор приложений» (по отношению к теории) в духе некоторых утверждений Непейводы. Философский выбор между классической логикой и описанной выше крайней



позицией является, на наш взгляд, достаточно трудной и интересной проблемой, выходящей за рамки настоящего отчета.