



## ПОНЯТИЕ ВЕРОЯТНОСТИ В МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ (ДИСКУССИИ 1920–30-Х ГГ. В СССР)

**Печенкин Александр Александрович** – доктор философских наук, профессор.  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.  
Российская Федерация,  
119991 Москва, ГСП-1,  
Ломоносовский проспект,  
д. 27, корп. 4;  
главный научный сотрудник.  
Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН.  
Российская Федерация,  
125315, г. Москва,  
ул. Балтийская, д. 14;  
e-mail: a\_pechenk@yahoo.com

В статье рассматриваются дискуссии о понятии вероятности, которые развернулись в отечественной науке в конце 1920-х гг. и в 1930-е гг.: аксиоматическому понятию вероятности, сформулированному А.Н. Колмогоровым (1929–1934 гг.), противостояло эмпирическое (частотное) понятие вероятности, выдвинутое австрийским математиком и философом Р. фон Мизесом (1919 г.). При этом физики-теоретики поддерживали (с рядом оговорок) точку зрения фон Мизеса, а математики и специалисты по математической физике аксиоматический подход Колмогорова. В статье отмечено, что эмпирический (частотный) подход поддерживался операционалистской позицией, популярной среди физиков конца 1920-х – 1930-х гг., а аксиоматический подход – идеологией объективизма, свойственной математической физике.

**Ключевые слова:** школа Л.И. Мандельштама, эмпиризм, антропоморфизм



## THE CONCEPT OF PROBABILITY IN MATHEMATICS AND PHYSICS (ON THE 1920–30 DISCUSSIONS IN SOVIET SCIENTIFIC LITERATURE)

**Alexander A. Pechenkin** – DSc in Philosophy, professor.  
Lomonosov Moscow State University,  
27 Lomonosovsky ave, 4 bld,  
Moscow 119991, GSP-1,  
Russia.  
Chief research fellow.

In the Soviet scientific literature of 1920–30 the concept of probability was holly debated. The frequency concept which was proposed by R. von Mises became popular among Soviet physicists belonging to the L.I. Mandelstam community. Landau and Lifshitz were also close to this concept in their famous course of theoretical physics. A.Khinchin, a mathematician who cooperated with Kolmogorov, opposed to the frequency conception. In this paper we try to demonstrate that the frequency position was connected



S.I. Vavilov Institute for the History of Science and Technology, Russian Academy of Sciences.  
14 Baltiyskaya St., 125315, Moscow, Russian Federation;  
e-mail: a\_pechenk@yahoo.com

with the anthropomorphous approach to physics, whereas Khinchin's positions implied the criticism of anthropomorphism and put forward the ideal of objective knowledge.

**Keywords:** probability as frequency, axiomatic concept, theoretical physics, mathematical physics, operational definition

### Предварительные замечания

В первую очередь описываемые здесь события имеют исторический интерес. Мы описываем дискуссии, которые имели место в советской науке и в которых были задействованы крупные советские ученые, представители разных научных направлений. Это дискуссии, затрагивающие фундаментальные вопросы знания и познания. В них проявляются мировоззренческие установки исследователей и научных школ. Сам факт существования этих дискуссий свидетельствует о динамичности развития физико-математического знания в СССР.

Кроме того, дискуссии, описываемые здесь, имеют и методологическое значение. Они продолжают вплоть до нашего времени [Siegmond-Schultze, 2005]. Мы не можем сказать, что одна из двух точек зрения, обозначившихся в конце 30-е гг., победила.

В дискуссиях о том, что такое вероятность, сложился своеобразный плюрализм. Правда, этот плюрализм во многом обеспечен спорами, имеющими спекулятивный характер. Но и те концепции, которые имеют методологическую значимость и включены в фундаментальные монографии, учебники и обзорные статьи, также перечислены в Стэнфордской энциклопедии. Среди них – две концепции, которые обсуждали советские физики и математики и которые будут разобраны в настоящей статье.

### Частотное понятие вероятности

Частотное понятие вероятности изложено в основных российских учебниках по теории вероятностей. Правда, изложено оно критически. Вероятность определяется аксиоматически (в рамках аксиоматики А.Н. Колмогорова), а частотное понятие рассматривается как предварительное, не вполне отвечающее стандартам математической строгости. Тем не менее оно служит дидактической предпосылкой аксиоматического изложения. Благодаря этому понятию становится ясно, почему классическое понятие вероятности (отношение числа благоприятных исходов к числу равновероятных



исходов) не отвечало потребностям науки и техники и почему возник сам аксиоматический подход к вероятности.

Частотное понятие вероятности иллюстрирует вероятностную проблематику в науке. Более того, аксиоматическое изложение теории вероятностей Колмогоровым исходило из той трактовки приложения вероятностных идей к «миру действительных событий», которую дал фон Мизес [Колмогоров, 1936, с. 12].

Фон Мизес выдвинул на первое место понятие коллектива (массового явления). Он определил вероятность как предел последовательности относительных частот появления того события, вероятность которого рассматривается. Он зафиксировал те правила, которым должна удовлетворять эта последовательность.

Здесь необходим комментарий. Хотя в курсе теории вероятностей Е.С. Вентцель и Л.А. Овчарова теория вероятностей излагается на базе аксиом Колмогорова, в ней реализуется и творческий потенциал частотного определения. Вентцель и Овчаров посвящают специальный параграф «оценке вероятности по частоте» [Вентцель, Овчаров, 2003, с. 462]. Правда, точность этой оценки определяется уже из правил строгой теории вероятностей, построенной по принципам Колмогорова.

## Аксиоматическое определение

Судя по ссылкам, которые дает сам А.Н. Колмогоров в своей книге 1936 г., первая его статья, содержащая аксиоматическую теорию вероятностей, была опубликована в трудах секции точных наук Коммунистической академии в 1929-м [Колмогоров, 1929].

А.Н. Колмогоров строит теорию вероятностей в соответствии с теми стандартами строгости, которые приняты в математике XX в. [Колмогоров, 1936; 1974]. Принимается множество, которое называется пространством элементарных событий. Множество подмножеств этого множества, т. е. подмножеств, называемых случайными событиями, является алгеброй множеств.

Далее, каждому множеству этой алгебры ставится в соответствие неотрицательное число, называемое вероятностью события, представляемого этим множеством. Далее идут аксиомы, которым удовлетворяют эти числа.

А.Н. Колмогоров отмечает, что, формулируя свою аксиоматику, он следовал той традиции, которая возникла в начале XX в., а именно традиции излагать теорию вероятностей как аксиоматическую теорию.



## Б.М. Гессен – пропагандист частотной точки зрения

Главным пропагандистом частотной точки зрения на вероятность был в СССР Б.М. Гессен, философ и общественный деятель (1893–1936)<sup>1</sup>.

Б.М. Гессен – профессиональный революционер, учился в Эдинбургском университете, затем (после долгого перерыва) в Институте красной профессуры, входящем в состав Коммунистической Академии. Его научным руководителем был профессор Московского государственного университета (который впоследствии получил имя М.В. Ломоносова) Л.И. Мандельштам. Тема диссертационной работы Б.М. Гессена была связана с философским осмыслением статистического метода в физике и, следовательно, с осмыслением понятия вероятности.

В 1928 г. Б.М. Гессен находился в научной командировке в Германии, где, по-видимому, встречался с Р. фон Мизесом. Надо, однако, подчеркнуть, что Гессен получал информацию о частотной точке зрения и независимо от этой поездки. Его научный руководитель Л.И. Мандельштам дружил с Р. фон Мизесом. Они познакомились в Страсбурге, где оба работали в университете, примерно в 1909–1910 гг. Об их встречах писал друг Л.И. Мандельштама, Н.Д. Папалекси в биографии Мандельштама. Н.Д. Папалекси отмечает, что Мандельштам и фон Мизеса связывал интерес к философским проблемам науки. Об этом же свидетельствует переписка Мандельштама и фон Мизеса, которая велась ими с 1918 по 1937 г. (письма Мандельштама и его жены фон Мизесу были опубликованы и прокомментированы автором настоящей статьи). Письма Мандельштама фон Мизесу показывают, что Мандельштам способствовал переводу и изданию на русском языке книги фон Мизеса «Вероятность, статистика и истина», которая упоминалась выше (в русском переводе «Вероятность и статистика»).

Б.М. Гессен посвятил частотной концепции вероятности ряд статей<sup>2</sup>. В этих статьях он подчеркивал фундаментальную значимость понятия коллектива (массового события) для понимания теории вероятностей. В этом отношении Б.М. Гессен следовал фон Мизесу. Гессен также прилагал частотную точку зрения к интерпретации статистических законов физики. Вместе с этим Гессен подчеркивал фундаментальную значимость статистических законов. Статистический закон – не временная конструкция, не приближение к динамическому закону, его статус столь же фундаментален, что и статус

<sup>1</sup> См.: [Корсаков, Козенко, 2015] и рецензию на эту книгу [Печенкин, 2017].

<sup>2</sup> См.: [Гессен, 1929; 1929 а; 1930].



динамического закона. Не следует смешивать категории причинности и необходимости, писал Гессен. Как и динамический закон, статистический закон также выражает причинную связь между явлениями, но между массовыми явлениями. При этом статистический закон использует понятие вероятности.

В отношении понятия причинности Гессен не следовал фон Мизесу. Для Мизеса причинность – «идет от устаревших представлений об изолированных взаимосвязях между событиями» [v. Mises, 1990, p. 238]. Для Гессена же причинность – основная онтологическая категория, составная часть марксистской теории познания, которой он следовал. Однако причинные связи могут выражаться как статистическими, так и динамическими законами.

## **А.Я. Хинчин и его философская позиция в отношении понятия вероятности**

В дискуссиях по основаниям теории вероятностей принял участие математик А.Я. Хинчин (1894–1959), известный своими работами по теории случайных процессов, теории массового обслуживания и теории чисел. А.Я. Хинчин сотрудничал с А.Н. Колмогоровым, последняя глава цитированной выше книги Колмогорова по основаниям теории вероятностей содержит результаты, полученные Колмогоровым и Хинчиным.

А.Я. Хинчин был научным редактором русского издания книги фон Мизеса «Вероятность, статистика и истина». В своем предисловии он отмечает дух «непримиримого реформаторства», свойственный книге фон Мизеса, однако не касается ее положительного содержания – основных понятий, которые вводит фон Мизес.

Чтобы понять позицию А.Я. Хинчина, лучше всего обратиться к его статье, опубликованной в 1961 г. по инициативе его соавтора и младшего товарища Б.В. Гнеденко в журнале «Вопросы философии». Как замечает Б.В. Гнеденко, эта статья была готова в где-то между 1939 и 1944 гг., но по неизвестным причинам не была опубликована. Между тем эта статья не только вносит вклад в понимание оснований теории вероятностей, но и имеет исторический интерес. А.Я. Хинчин отмечает вклад фон Мизеса в развитие понятийного аппарата теории вероятностей: анализ понятий «испытание», «наблюдение», «коллектив». Однако теория фон Мизеса не может конкурировать с аксиоматической теорией Колмогорова: это теории разных дисциплин, разных понятийных систем. Теория фон Мизеса не может претендовать на статус математической теории. Ее роль «более скромная»: она позволяет связать математический аппарат, развитый А.Н. Колмогоровым и другими математиками, с опытом, с эмпирией.



И далее в духе идеологии своего времени Хинчин пишет: «Причиной заблуждений Мизеса служит его махистская позиция, которой были порождены и питаются до сих пор основы частотной теории. Идеалист, если он, как Мизес, стоит на позитивистской позиции, всегда боится математики, как бы он на словах не признавал ее заслуги. Для него отдать то или иное учение в распоряжение математики означает оторвать его от реального контакта с действительностью. Он не хочет признать, что математика, подобно естественным наукам, изучает реальный мир» [Хинчин, 1961, с. 73].

Подобный «упрек» теории фон Мизеса в том, что она опирается на философию махизма, содержится и в статье А.Н. Колмогорова, опубликованной в Большой советской энциклопедии. Действительно, фон Мизес – позитивист (автор «Маленького учебника позитивизма» на немецком языке (1938 г.) и книги «Позитивизм» на английском (1951 г.)). Все же нельзя сказать, что позиция Хинчина и Колмогорова чисто идеологическая. Если рассматривать позиции Хинчина и Колмогорова с точки зрения философии науки, понимаемой как изучение структуры научного знания, то в них проглядывает вопрос о соотношении математики и опыта. Согласно Хинчину и Колмогорову, теория вероятностей – наука, близкая физике в смысле соотношения с реальностью. Теория вероятностей – это одновременно и фундаментальная математическая дисциплина, и прикладная дисциплина, поскольку плавно переходит в теорию массового обслуживания, в теорию надежности, теорию случайных процессов. Теория вероятностей – наука о реальности, но ее связь с реальностью более опосредована, чем связь физики.

## **Школа Л.И. Мандельштама о понятийном основании теории вероятностей**

Понятийные основания теории вероятностей обсуждались достаточно широко: на семинарах, которые вел Л.И. Мандельштам в Институте физики МГУ (в 1934 г. в МГУ была восстановлена факультетская система, и Институт физики был преобразован в физический факультет), на заседаниях кафедры истории и философии науки, которую организовал в МГУ Б.М. Гессен, на заседаниях кружка физиков и математиков при Коммунистической Академии (этот кружок также был организован и функционировал при активном участии Гессена).

Иногда эти дискуссии принимали острый характер. Так, 1 марта 1929 г. предметная комиссия кафедры истории и философии науки приняла следующее решение: «Протестовать против необоснованной лекции Хинчина на заседании физматов» [Pechenkin, 2014, p. 100].



Речь идет о докладе А.Я. Хинчина (упоминался выше) на заседании кружка физиков и математиков при Коммунистической Академии.

Чтобы понять позицию учеников Л.И. Мандельштама, касающуюся понятийных оснований теории вероятностей, имеет смысл обратиться к трудам одного из учеников Л.И. Мандельштама первого поколения М.А. Леонтовича (впоследствии заведующего теоретическим отделом Курчатовского института и академика АН СССР).

М.А. Леонтович изложил свою позицию в лекциях, которые он читал на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова в 1935–1936 гг. и в книге, подготовленной к изданию в 1939 г. и изданной в 1944 г. Эта книга потом стала составной частью другой книги М.А. Леонтовича [Леонтович, 1981].

М.А. Леонтович воспроизводит определение, данное А.Н. Колмогоровым, и некоторые основные теоремы, доказанные на базе этого определения. Он, однако, отмечает следующее: «Комплекс этих положений и их обобщений на случайные величины, принимающие бесконечное число дискретных значений в пространстве любого числа измерений, и всех теорем, которые при этом выводятся, мы будем называть “формальной теорией вероятностей”. Чтобы эта теория была применена в вопросах физики (а также любой другой конкретной науки, например, биологии, нужно сделать еще один важный шаг – осмыслить понятие вероятности. Дело в том, что во всех приложениях понятие вероятности события отождествляется с относительной частотой его появления при тех или иных условиях. В формальной же теории вероятностей конкретный смысл понятия вероятности остается произвольным.

При решении этого вопроса в приложениях можно идти двумя путями. Можно, во-первых, при каждом применении определить смысл ряда понятий: вероятности, условной вероятности и статистической независимости. Такой путь мыслим в статистической физике для ограниченного круга вопросов.

Однако гораздо более общее и плодотворное решение вопроса получается на другом пути. Этот путь, систематически проведенный Мизесом, состоит в том, что уже в рамках математической теории понятие вероятности события связывается с относительной частотой появления данного события в целой их последовательности. Хотя при проведении этой идеи встречаются серьезные математические трудности, однако, по-видимому, они могут быть преодолены. Основным понятием является “коллектив”. Коллективом называется бесконечная последовательность значений одной переменной, обладающей следующими двумя свойствами.

Пусть среди первых элементов последовательности  $p(x)$ , элементов, которым соответствует значение переменной  $x$ , существует предел



$$W(x) = \lim \frac{n(x)}{n},$$

который называется вероятностью значения  $x$ .

При любом выборе подпоследовательности  $n^1$  элементов, являющихся частью последовательности  $n$ , существует предел

$$W'(x) = \lim \frac{n^1(x)}{n^1},$$

$$\frac{W'(x_1)}{W'(x_2)} = \frac{W(x_1)}{W(x_2)}.$$

Это второе свойство может быть названо произвольностью выбора. Таким образом при этом подходе вероятность всегда характеризует определенный коллектив и каждой операции над вероятностью соответствует построение по определенному закону нового коллектива» [Леонтович, 1944, с. 23–24].

Как отмечалось выше, А.Я. Хинчин считал, что частотное понятие вероятности, выдвинутое фон Мизесом, играет роль своего рода правила соответствия, оно связывает аппарат теории вероятностей, построенный на базе аксиоматики А.Н. Колмогорова, с опытом. М.А. Леонтович тоже рассматривает частотное понятие как некий «мостик». Но у Леонтовича это понятие имеет фундаментальное значение: оно служит основой формулирования других понятий, например понятия вероятности перехода, статистической независимости.

Мелким шрифтом в книге М.А. Леонтовича напечатан раздел «О смысле понятия вероятности при обосновании статистики на базе классической механики». Леонтович формулирует следующее определение: «Вероятность того, что система находится в некоторой области фазового пространства, равна отношению времени пребывания в данном состоянии. (...) Именно вероятность  $W(\mathcal{U})$  того, что система находится в некоторой области  $\mathcal{U}$  фазового пространства ... равна отношению времени пребывания в области  $\mathcal{U}$ » [там же, 1944, с. 39].

Это фактически частотное определение (или это определение может быть понято как частотное): чем чаще система находится в некоем состоянии, тем выше вероятность пребывания системы в этом состоянии. Леонтович, правда, считает его чисто формальным, поскольку с ним нельзя связать никакого коллектива (речь идет об эмпирически наблюдаемой группе событий, в плане же мысленного эксперимента





мы вполне можем рассматривать последовательность времен пребывания в данном состоянии).

Дальнейшее развитие дискуссий о понятии вероятности мы находим в тех экскурсах в интерпретацию квантовой механики, которые были у Л.И. Мандельштама и его учеников. Однако это уже особая тема исследования, которая частично раскрыта автором настоящей статьи в его статье и в его книге [Pechenkin, 2012; 2014, pp. 203–216].

## Частотное понятие вероятности в курсе Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица

Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, авторы всемирно известного курса теоретической физики, не принадлежали к школе Л.И. Мандельштама, и нет никаких данных, что они интересовались частотным понятием вероятности, выдвинутым фон Мизесом. Тем не менее понятие вероятности в томе, посвященном статистической физике, вводится в духе фон Мизеса.

«Обозначим посредством  $\Delta p \Delta q$  некоторый малый участок объема фазового пространства подсистемы, соответствующий значению ее координат  $q_i$  и импульсов  $p_i$ , лежащим в некоторых малых интервалах  $\Delta q_i$  и  $\Delta p_i$ , – пишут Ландау и Лифшиц. – Можно утверждать, что в течение достаточно большого промежутка времени  $T$  чрезвычайно запутанная фазовая траектория много раз пройдет через всякий такой участок фазового пространства. Пусть  $\Delta t$  есть та часть полного времени  $T$ , в течение которого подсистема “находилась” в данном участке фазового пространства  $\Delta p \Delta q$ . При неограниченном увеличении полного времени  $T$  отношение  $\Delta t/T$  будет стремиться к некоторому пределу

$$w = \lim \frac{\Delta t}{T}$$

Этот предел можно будет рассматривать как вероятность того, что при наблюдении подсистемы в некоторый произвольный момент времени мы обнаружим ее находящейся в данном участке  $\Delta p \Delta q$  фазового пространства» [Ландау, Лифшиц, 1938, с. 15–16].

Нетрудно видеть, что это понятие вероятности близко тому, которое ввел М.А. Леонтович в своем курсе статистической физики. Но у Ландау и Лифшица мы не находим ссылок на формальный характер этого определения. Наоборот, это единственное определение вероятности, которое они дают.

Вероятностный характер статистической физики связывается в курсе Ландау и Лифшица с возможностями познания, с практикой.



«Составляя уравнения движения механической системы в числе, равном числу степеней свободы, и интегрируя их, мы принципиально можем получить исчерпывающие сведения о движении системы. Однако если нам приходится иметь дело с системой, хотя и подчиняющейся законам классической механики, но обладающей колоссальным числом степеней свободы, то при практическом применении методов механики мы сталкиваемся с необходимостью составить и решить такое же число дифференциальных уравнений, что представляется, вообще говоря, практически неосуществимым. Следует подчеркнуть, что если бы даже и можно было проинтегрировать в общем виде эти уравнения, то было бы совершенно невозможно подставить в общее решение начальные условия для импульсов и координат всех частиц» [Ландау, Лифшиц, 1948, с. 7].

Изложение статистической физики, данное Ландау и Лифшицем, соотнесено с субъектом познания, если пользоваться терминологией советских философов, писавших о копенгагенской интерпретации. Точнее – в ней учитывается практика исследования, определяемая не только объектом, но и человеком, проводящим исследование. Классическая механика – это теория движения макроскопических тел, окружающих человека. Но макроскопические тела состоят из атомов и молекул. Как распространить классическую механику на микромир, из которого построен макромир? Мы приходим к предмету статистической физики. Опираясь на классическую механику как на фундаментальную физическую дисциплину, мы приходим к задаче механического описания микромира. Задача статистической физики состоит в том, чтобы вывести из движения атомов и молекул состояния макроскопических тел (которые фиксируются в термодинамике). Это практически невозможно, нужны вероятностные закономерности, с которыми не имеет дела классическая механика.

Здесь необходимо важное замечание. В курсе Ландау и Лифшица статистическая физика – пятый том, который следует за третьим и четвертым томами, где изложена квантовая механика. Поэтому рассуждение от классической механики – это только одна из линий, присутствующая в пятом томе, посвященном статистической механике. Вторая линия – это обоснование классической статистической физики, исходя из концепций квантовой механики. Однако главная логическая линия все же – это распространение механики на частицы, из которых состоят макроскопические тела («Для удобства изложения мы будем проводить все рассуждения, предполагая, что справедлива классическая механика», – пишут Ландау и Лифшиц). Квантовая механика дает лишь некоторые наводящие соображения, например, при формулировании понятия энтропии. Исходя из теории матрицы плотности, напрашивается величина, «характеризующая степень размазанности системы по ее микросостояниям».



В каком отношении находится изложение статистической физики в курсе Ландау и Лифшица и в книге Леонтовича? Взаимных ссылок в этих книгах нет. Книги готовились параллельно. Предисловие Ландау и Лифшица к первому изданию их книги датировано 1937–1939 гг. Как отмечалось выше, лекции Леонтовича в МГУ читались примерно в эти же годы.

## Статистическая физика в изложении А.Я. Хинчина

А.Я. Хинчин, который упоминался как один из главных оппонентов частотного понятия вероятности, был оппонентом и того изложения статистической физики, которое дано М.А. Леонтовичем и Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшицем. Правда, физики и Хинчин выступают в разных жанрах – первые исходят из идеологии теоретической физики, второй выступает от имени математической физики (Ландау и Лифшиц специально подчеркивают, что задача теоретической физики в том, чтобы сформулировать тот минимум теоретических положений, которого достаточно для решения задач. Математическая же физика – это наука об основаниях). Тем не менее мы можем сравнивать методологическую структуру подходов к понятию вероятности, которые в них присутствуют. Более того, оба эти подхода берут в качестве своего исторического источника то изложение статистической механики, которое в 1902 г. было дано Гиббсом.

Хинчин (его книга появилась в 1941 г.) исходит из аксиоматического определения вероятности, данного Колмогоровым. Он начинает свое изложение, доказывая две теоремы – теорему Лиувилля о сохранении функции распределения вдоль фазовых траекторий системы (эту теорему доказывает и Леонтович, ее доказывают и Ландау и Лифшиц) и теорему Биркгофа, доказанную Г. Биркгофом в 1931 г., т. е. всего на десять лет раньше, чем первая публикация книги Хинчина. Теорема Биркгофа – это теорема абстрактной математики. Однако ее можно пересказать достаточно наглядно, обращаясь к тем частным случаям, которые рассматривает Хинчин.

Статистическая механика оперирует двумя величинами. Это временные средние и фазовые средние физических величин. Временное среднее – это среднее значение функции, рассчитанное вдоль траектории системы, выходящей из некоторой точки, за время движения системы. Фазовое среднее – это среднее значение физической величины, рассчитанное для множества возможных траекторий системы.

«Временные средние данной фазовой функции, взятые вдоль данной траектории, могут быть весьма различны для различных



промежутков времени...»<sup>3</sup> Теорема Биркгофа, однако, показывает, что «для почти всех траекторий временные средние, стремясь к некоторому пределу при безграничном увеличении данного промежутка времени, будут иметь приблизительно одинаковые значения для всех достаточно больших промежутков» [Хинчин, 2003 (1941), с. 38].

Теорема Биркгофа была сформулирована в связи с дискуссиями, касающимися эргодической гипотезы, т. е. в связи с проблемами, мучившими физиков со времен Дж. Максвелла и Л. Больцмана. В книге Ландау и Лифшица эргодическая гипотеза не обсуждается и не принимается. Хинчин, наоборот, считает, что эргодическая проблема «остаётся для статистической механики одной из важнейших» [там же, с. 44]. Биркгоф, отмечает Хинчин, не решил эргодической проблемы. Однако он связал ее с понятием метрической транзитивности системы (метрически транзитивной является система, если в ее фазовом пространстве существует только одна инвариантная мера, другими словами, если ее фазовое пространство нельзя разбить на два инвариантных подпространства  $A$  и  $B$  так, чтобы они не имели общих точек, и получить для них разные меры – см. [Вдовиченко, 1986. с. 36]).

В отношении теоремы Биркгофа Хинчин пишет: «Во всех проблемах математического обоснования той или иной специальной области бывают обычно такие моменты, когда введение нескольких удачных понятий, не разрешая ни одной конкретной задачи, <...> координирует и упорядочивает, организует всю проблематику данной области» [Хинчин, 2003 (1941), с. 36].

Математически обосновать физическую теорию значит изложить ее логически последовательно, избавив ее от натяжек, пропусков, маскируемых привычкой, наглядностью, традицией. Как сказано в английском издании книги Хинчина, «настоящая книга рассматривает в качестве своей главной задачи математическую разработку статистической механики на базе современных понятий теории вероятностей с максимальным использованием ее аналитического аппарата» (Khinchin, 1945, p. vii).

Как показано автором настоящей статьи, математическое обоснование – это критическая операция. Чтобы увидеть логические пробелы в тексте, надо «взять в кавычки» обычные привычные изложения теории. Ведь речь идет не логических пробелах, возникающих от невнимательности, поверхностности, а тех, которые вызваны традицией в изложении теории, обслуживают наглядность, делают теорию компактной [см. Печенкин, 1991].

<sup>3</sup> Вы идете по дороге (траектория) с какой-то средней скоростью (временной средней). Но можно себе представить, что Вы одновременно передвигаетесь по множеству гладких дорог, причем средняя скорость этого движения (фазовая средняя) равна временной средней.



## Объективность и антропоморфизм в познании

В нашей литературе по философии физики дилемма «объективность – антропоморфизм» обсуждалась главным образом в связи с вопросами интерпретации квантовой механики. В настоящем параграфе речь пойдет о тех импликациях этих дискуссий, которые касаются статистической физики.

Как известно, Ландау и Лифшиц изложили квантовую механику с помощью копенгагенской интерпретации. Это значит, что основные понятия теории рассматриваются в соотношении с приборами, которые способны измерить величины, выраженные этими понятиями. В своей книге Ландау и Лифшиц избегают каких-либо философских суждений. Однако, сопоставляя их изложение квантовой механики с другими изложениями, нельзя не заметить, что в их книге «физическая система, вообще говоря, не имеет определенных свойств, прежде чем над этой системой проведен акт измерения» (Copenhagen Interpretation. Wikipedia). «Процесс измерения обладает в квантовой механике очень существенной особенностью, – пишут Ландау и Лифшиц, – он всегда оказывает воздействие на подвергаемый ему электрон, и это воздействие принципиально не может быть сделано при данной точности измерения сколь угодно слабым... Последнее обстоятельство покаывает, что в квантовой механике не существует понятия скорости частицы в классическом смысле этого слова, т. е. как предела, к которому стремится разность координат в два момента времени, деленная на интервал  $\Delta t$  между этими моментами... Характер описания электрона в квантовой механике таков, что типичная постановка задачи в квантовой механике состоит в определении вероятности получения того или иного результата при измерении» [Ландау, Лифшиц, 1948, с. 13–14].

О философских основаниях курса Ландау и Лифшица высказывались разные точки зрения. К. Холл, например, считает философскую часть курса Ландау и Лифшица незначительной [Холл, 2005]. И.С. Алексеев, с другой стороны, связывает изложение квантовой механики, данное Ландау и Лифшицем с копенгагенской интерпретацией [Алексеев, 1978; 1995, с. 210, 214]. В настоящей статье мы принимаем последнюю точку зрения и, более того, связываем ее с общим антропоморфным подходом, свойственным тому изложению физики, которое проглядывается в курсе Ландау и Лифшица, например, при введении вероятностных представлений (см. выше).

Заметим также, что частотное определение вероятности, данное фон Мизесом и использованное Леонтовичем и Ландау и Лифшицем, может трактоваться как операциональное определение (понятие



синонимично тем экспериментальным операциям, которые осуществляются при применении этого понятия). Классические примеры: длина – это те операции с линейкой и другими приборами, которые осуществляются при измерении, время – это применение часов, одновременность – это применение часов в разных точках пространства, причем часов синхронизованных.

Сам фон Мизес не называет это определение операциональным определением. Не пользуются термином «операциональное определение» и его российские последователи – Л.И. Мандельштам, Б.М. Гессен, М.А. Леонтович. Термин «операциональное определение» принадлежит американскому физика П. Бриджмену, который использовал его в книге «Логика современной физики» (1927 г.) и в последующих философских публикациях. Но по существу частотное определение вероятности может быть названо операциональным определением: определить вероятность значит сослаться на серию испытаний, которые дают численные значения этой вероятности, далее – построить последовательность этих чисел и найти ее предел.

В отличие от математических теоретических определений (например, метрики пространства посредством трех известных аксиом), операциональные определения несут печать антропоморфизма: они ссылаются на действия человека, более того, они исходят из возможностей человека (человек не может до бесконечности проводить то или иное испытание, не может провести абсолютно ровную прямую и т. д.). Операциональные определения включают в содержание определяемого термина не только предметы природы, но и действия человека, оперирующего этими предметами.

Итак, в советской научной литературе 20-х и 30-х гг. XX в. столкнулись не только два понятия вероятности, но и две философии – философия антропоморфизма (в советской терминологии – «точка зрения практики») и философия объективизма (природа как таковая, природа до человека и без человека).

### **Список литературы**

Алексеев, 1978 – *Алексеев И.С.* Концепция дополнительности. Историко-методологический анализ. М.: Наука. 1978. 276 с.

Алексеев, 1995 – *Алексеев И.С.* Деятельностная концепция познания и реальности. Избранные труды по методологии и истории физики. М.: Russo. 1995. 528 с.

Корсаков, Козенко, 2015 – *Корсаков С.Н., Козенко А.В., Грачева Г.Г. (сост.)*. Борис Михайлович Гессен (1893–1936). М.: Наука, 2015. 216 с.

Вдовиченко, 1986 – *Вдовиченко Н.В.* Развитие принципов статистической физики в первой половине XX века. М.: Наука. 1986. 159 с.



Вентцель, Овчаров, 2003 – *Вентцель Е.С., Овчаров Л.С.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Академия, 2003. 464 с.

Гессен, 1929 – *Гессен Б.М.* Статистический метод в физике и новое обоснование теории вероятностей Р. Мизеса // *Естествознание и марксизм.* 1929. № 1. С. 33–58.

Гессен, 1929а – *Гессен Б.М.* Теоретико-вероятностное обоснование эргодической гипотезы // *Успехи физических наук.* 1929. № 5. С. 600–629.

Гессен, 1930 – *Гессен Б.М.* К вопросу о проблеме причинности в квантовой механике // Гааз А. Волны материи и квантовая механика. М.; Л.: OGIЗ, 1930. С. v–xxxvii.

Колмогоров, 1929 – *Колмогоров А.Н.* Общая теория меры и теория вероятностей // *Сб. трудов секции точных наук Коммунистической академии.* 1929. Т. 1. С. 8–21.

Колмогоров, 1936 – *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. М.; Л.: ОНТИ, 1936. 80 С.

Колмогоров, 1974 – *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. 5-е изд. М.: Наука. 1974. 119 с.

Ландау, Лифшиц, 1948 – *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория) // *Теоретическая физика.* М.; Л.: OGIЗ, 1948. Т. 5. Ч. 1. 570 с.

Ландау, Лифшиц 1938 – *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. М.: ОНТИ, 1938.

Леонтович, 1944 – *Леонтович М.А.* Статистическая физика. М.; Л.: OGIЗ, 1944. 256 с.

Леонтович, 1983 – *Леонтович М.А.* Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука, 1981. 415 с.

Печенкин, 2017 – *Печенкин А.А.* Рецензия на книгу «Борис Михайлович Гессен (1893–1936)» // *Человек.* 2017. № 3. С. 182–185.

Печенкин, 1991 – *Печенкин А.А.* Обоснование научной теории: классика и современность. М.: Наука, 1991. 184 с.

Хинчин, 2003 (1941) – *Хинчин А.Я.* Математические основания статистической механики. М.; Ижевск: Изд. Рег. и статистич. динамика, 2003. 128 с.

Хинчин, 1961 – *Хинчин А.Я.* Частотная теория Мизеса и современные идеи теории вероятностей // *Вопр. философии.* 1961. № 1. С. 91–102.

Холл, 2005 – *Холл К.* Надо меньше думать об основаниях. Курс теоретической физики Ландау и Лифшиц в культурно-историческом контексте // *Исследования по истории физики и механики.* М.: Наука, 2005. С. 156–205.

Khinchin, 1945 – *Khinchin A.E.* *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics.* N. Y.: Dover, 1945. 188 pp.

Mises, 1990 – *Mises R.v.* *Kleines Lehrbuch des Positivismus. Einführung in die empirische Wissenschaftsauffassung.* Berlin: Suhrkamp, 1990. 559 S.

Pechenkin, 2012 – *Pechenkin A.A.* The Early Ensemble Interpretation of Quantum Mechanics in the USA and USSR // *Studies Hist. Philos. Mod. Physics.* 2012. Vol. 1. Pp. 2–11.

Pechenkin, 2014 – *Pechenkin A.A.* Leonid Isaakovich Mandelstam. Research, Teaching, Life. Dordrecht: Springer, 2014. 242 pp.

Siegmund-Schultze, 2005 – *Siegmund-Schultze R.* Mathematicians Forced to Philosophize: An Introduction to Khinchin's Paper on von Mises' Theory of Probability // *Science in Context.* 2004. Vol. 17(3). Pp. 373–390.



## References

Alekseev, I.S. *Deyatel'nostnaya kontseptsiya poznaniya i real'nosti. Izbrannye trudy po metodologii i istorii fiziki* [Activity Concept of Cognition and Reality. Selected Works on Methodology and History of Physics]. Moscow: Russo, 1995, 528 pp. (In Russian)

Alekseev, I.S. *Kontseptsiya dopolnitel'nosti. Istoriko-metodologicheskij analiz* [The Concept of complementarity. The Historico-Methodological Analysis]. Moscow: Nauka, 1978, 276 pp. (In Russian)

Hall, K. "Nado men'she dumat' ob osnovaniyah. Kurs teoreticheskoy fiziki Landau i Lifshits v kul'turno-istoricheskom kontekste" [Think Less about Foundations. The Landau-Lifshitz Course of Theoretical Physics], in: *Issledovaniya po istorii fiziki I mekhaniki – Studies in the History of Physics and Mechanics*. Moscow: Nauka, 2005, pp. 156–205. (In Russian)

Hessen, B.M. "Teoretiko-veroyatnostnoe obosnovanie ergodicheskoy gipotezy" [The Theoretico-Probabilistic Foundations of Ergodic Hypothesis], *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1929, no. 5, pp. 600–629. (In Russian)

Hessen, B.M. "K voprosu o probleme prichinnosti v kvantovoy mekhanike" [On the Problem of Causality in Quantum Mechanics], in: Gaaz, A. *Volny materii i kvantovaya mekhanika* [Waves of Matter and Quantum Mechanics]. Moscow, Leningrad: OGIZ, 1930, pp. v- xxxvii. (In Russian)

Hessen, B.M. "Statisticheskii metod v fizike i novoe obosnovanie teorii veroyatnostey R. Mizesa" [Statistical Physics and Mises' Modern Foundations of the Theory of Probability], *Estestvoznaniye i marksizm* [Natural Science and Marxism], 1929, no. 1, pp. 33–58. (In Russian)

Khinchin, A.E. *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics*. New York: Dover, 1945, 188 pp.

Khinchin, A.Ya. Chastotnaya teoriya Mizesa i sovremennye idei teorii veroyatnostey [R. Mises's Theory and the Current Ideas of the Theory of Probability], *Voprosy filosofii*, 1961, no. 1, pp. 91–102. (In Russian)

Khinchin, A.Ya. *Matematicheskie osnovaniya statisticheskoy mekhaniki* [Mathematical Foundations of Statistical Mechanics]. Moscow, Izhevsk: Reg. i dat. Dinamika, 2003, 128 pp. (In Russian)

Kolmogorov, A.N. "Obshchaya teoriya mery i teoriya veroyatnostey" [The General Theory of Measure and the Theory Probability], in: *Sbornik trudov seksii tochnykh nauk Kommunisticheskoy akademii* [Collected Works of the Exact Sciences Section of the Communist Academy]. Vol. 1. 1929, pp. 8–21. (In Russian)

Kolmogorov, A.N. *Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey* [The Fundamental Concepts of the Theory of Probability]. Moscow, Leningrad: ONTI, 1936, 80 pp. (In Russian)

Kolmogorov, A.N. *Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey. 5-e izd.* [The Fundamental Concepts of the Theory of Probability. 5<sup>th</sup> ed.]. Moscow: Nauka, 1974, 119 pp. (In Russian)

Korsakov, S.N., Kozenko, A.V., Gracheva, G.G. (eds.). *Boris Mikhaylovich Gessen (1893–1936)* [Boris Hessen (1893–1936)]. Moscow: Nauka, 2015, 216 pp. (In Russian)

Leontovich, M.A. *Statisticheskaya fizika* [Statistical Physics]. Moscow, Leningrad: OGIZ, 1944, 256 pp. (In Russian)





Leontovich, M.A. *Vvedenie v termodinamiku. Statisticheskaya fizika* [Introduction to Thermodynamics. Statistical Physics]. Moscow: Nauka, 1981, 415 pp. (In Russian)

Mises, R.v. *Kleines Lehrbuch des Positivismus. Einführung in die empirische Wissenschaftsauffassung*. Berlin: Suhrkamp, 1990, 559 S.

Pechenkin, A.A. “Retsenziya na knigu ‘Boris Mihaylovich Gessen (1893–1936)’” [‘Boris Mihaylovich Gessen (1893–1936)’. Book Review], *Chelovek*, 2017, no. 3, pp. 182–185. (In Russian)

Pechenkin, A.A. “The Early Ensemble Interpretations of Quantum Mechanics in the USA and USSR”, *Studies Hist. Philos. Mod. Physics*, 2012, vol. 1, pp. 2–11.

Pechenkin, A.A. *Leonid Isaakovich Mandelstam. Research, Teaching, Life*. Dordrecht: Springer, 2014, 242 pp.

Pechenkin, A.A. *Obosnovanie nauchnoy teorii: klassika i sovremennost’* [Justification of Scientific Theory: Classics and Modernity]. Moscow: Nauka, 1991, 184 pp. (in Russian)

Siegmund-Schultze, R. “Mathematicians Forced to Philosophize: An Introduction to Khinchin’s Paper on von Mises’ Theory of Probability”, *Science in Context*, 2004, vol. 17(3), pp. 373–390.

Vdovichenko, N.V. *Razvitie printsipov statisticheskoy fiziki v pervoj polovine XX veka* [The Development of Statistical Physics Principles in the 1<sup>st</sup> half of the XX Century]. Moscow: Nauka, 1986, 159 pp. (In Russian)

Venttsel, E.S. & Ovcharov, L.S. *Teoriya veroyatnostey i ee inzhenernye prilozheniya* [The Theory of Probability and Its Applications in Engineering]. Moscow: Akademiya, 2003, 464 pp. (In Russian)