
МЕТАФИЗИКА ИНВАРИАНТНОСТИ (Часть 2)

С.А. Векшенов

В первой части статьи (Метафизика, № 2, 2011) была предъявлена следующая схема рассуждений.

1. Согласно основополагающему принципу двойственности натуральное число n есть единство количества и порядка, которое выражается числами n_R и n_Z соответственно, то есть $n = \langle n_R, n_Z \rangle$. При этом n_R и n_Z существенно различные по природе числа. Наглядно эту двойственность можно представить так: $n = \langle (\bullet)_n; (\uparrow)_n \rangle$, где $(\bullet)_n$ – совокупность n элементов, $(\uparrow)_n$ – последовательность, состоящая из n шагов.

В устоявшихся представлениях шаг « $\rightarrow$ » отождествляется с элементом « $\bullet$ », что приводит к количественному пониманию числа в целом: $n = n_R$. Дальнейшее развитие этой идеи привело к созданию теории множеств.

2. Причину доминирования количественной точки зрения следует искать, прежде всего, в *инвариантном* характере самой идеи количества, что влечет за собой выполнение исключительно важного свойства коммутативности сложения чисел n_R (и, соответственно, чисел при условии $n = n_R$). Идея порядка в вышеприведенном «наивном смысле» свойством инвариантности не обладает, поскольку явным образом зависит от момента начала отсчета. Следствием не инвариантности порядка является не инвариантность основополагающей для математики и ее приложений конструкции – континуума. Поскольку идеи количества и порядка воплощены в числах n_R и n_Z соответственно, понятие инвариантности естественно перенести на эти числа.

3. Попытка привести число n_Z к инвариантному виду приводит к появлению на каждом шаге « $\rightarrow$ » набора парных фундаментальных вращений $\cup\cup$. Число этих пар определяется числом $\lambda(n)$, где n – номер шага, а сама функция определяется следующим образом:

$$\lambda(n+1) = \lambda(n)(n+1)+1;$$

$$\lambda(0)=0;$$

$$\lambda(1)=0.$$

В итоге число $n = \langle (\bullet)_n; (\uparrow)_n \rangle$ заменяется числом $n = \langle (\bullet)_n; (\uparrow)_n (\cup\cup)_{\lambda(n)} \rangle$, которое уже является инвариантным как в количественном, так и в порядковом смысле.

Попытаемся извлечь из этой конструкции наиболее значимые следствия.

Прежде всего, осмыслим само понятие парного фундаментального вращения $\cup\cup$.

Справедливо следующее утверждение:

$$\begin{aligned}\mathfrak{U}\mathfrak{U} + \downarrow\uparrow &= \mathfrak{U}\mathfrak{U} \\ \mathfrak{U}\mathfrak{U} + \uparrow &= \mathfrak{U}\mathfrak{U}.\end{aligned}$$

Первое равенство вытекает из самого определения $\mathfrak{U}\mathfrak{U}$. Второе равенство вытекает из следующих рассуждений. Очевидно, что $\mathfrak{U}\mathfrak{U} + \uparrow \neq \mathfrak{U}\mathfrak{U}$, поскольку $\downarrow\uparrow$ – «период».

При этом число $\mathfrak{U}\mathfrak{U}$ остается стабильным в смысле порядка после прибавления $\uparrow$. Единственная возможность состоит в обращении направлений вращения: $\mathfrak{U}\mathfrak{U} + \uparrow = \mathfrak{U}\mathfrak{U}$.

Полученные соотношения можно понимать следующим образом. Фундаментальное вращение $\mathfrak{U}\mathfrak{U}$ остается неизменным при добавлении к нему шага $\downarrow\uparrow$ (и, соответственно, шага $(\downarrow\uparrow)_n$), что позволяет отождествить такой шаг с периодом.

С другой стороны, половина этого шага « $\uparrow$ » или « $\downarrow$ » приводит к изменению направления фундаментального вращения. Это говорит о том, что фундаментальное вращение $\mathfrak{U}\mathfrak{U}$ можно понимать как *спинорный объект*.

Далее, очевидно, что, изменяя направление шага с « $\rightarrow$ » на « $\leftarrow$ » мы меняем направления всех фундаментальных вращений, возникающих на этом шаге, на противоположные.

Например, если:

$$\begin{array}{c} \mathfrak{U} \\ \xrightarrow{\quad} \\ \mathfrak{U} \end{array}, \text{ то } \begin{array}{c} \mathfrak{U} \\ \xleftarrow{\quad} \\ \mathfrak{U} \end{array}.$$

Эти два простых факта позволяют, тем не менее, сформулировать ряд принципиальных положений.

Рассмотрим какую-либо структуру, например:

$$\uparrow\downarrow\uparrow(\mathfrak{U}\mathfrak{U})(\mathfrak{U}\mathfrak{U})(\mathfrak{U}\mathfrak{U})(\mathfrak{U}\mathfrak{U})(\mathfrak{U}\mathfrak{U}).$$

Число фундаментальных вращений равно $\lambda(3) = 5$, при этом четыре последние пары фундаментальных вращений имеют направление вращения, противоположное первой паре фундаментальных вращений, что соответствует разному направлению второго и третьего шага. Эту структуру можно рассматривать как некоторое инвариантное порядковое число r_Z . Его неинвариантной частью будет число $\uparrow\downarrow\uparrow$, которое, согласно теории сюрреальных чисел Конвея, можно понимать как действительное число, конкретно число: $1 - 1/2 + 1/4 = 7/4$. При этом теория Конвея не делает различия между порядковыми и количественными числами и рассматривает число $\uparrow\downarrow\uparrow$ как новую запись числа $7/4$. В нашем подходе число $\uparrow\downarrow\uparrow$ – это число r_Z (в неинвариантном виде), в то время как $7/4$ – это число r_R .

Обратно, всякое действительное число (и даже нестандартное действительное число) может быть представлено как совокупность стрелок « $\uparrow$ » и « $\downarrow$ ». В нашей трактовке речь идет о числе r_Z , которое в неинвариантном случае совпадает с числом r_R . Инвариантность числа r_Z означает, что к сово-

купности стрелок – линейных движений – добавляется совокупность пар фундаментальных вращений. Переходя к геометрической интерпретации, это означает, что к каждой точке континуума «прикреплен» спинорный объект. Иными словами, точка континуума как таковая не инвариантна (в смысле неинвариантности соответствующего ей действительного числа). Напротив, конструкция:

<точка континуума, спинорный объект> такой инвариантностью обладает.

Этот факт имеет многочисленные следствия, которые условно можно разделить на три класса: математические, физические и метафизические. Рассмотрим наиболее очевидные из этих следствий.

Математические следствия

Первое же осмысление рассмостренной выше конструкции приводит к выводу, плохо согласующемуся с интуицией. В таком, предельно понятном объекте, как натуральное число, содержится некое внутренне абстрактное движение, причем с вполне определенной спинорной структурой. В более свободной форме можно сказать, что натуральное число содержит в себе кватернион! Разумеется, проблема лишь в том, что мы привыкли мыслить натуральное число исключительно в количественном ключе. Введение «в оборот» его порядковой составляющей, возможно, позволит по-иному подойти к решению ряда теоретико-числовых проблем, а также понять глубинную причину «пифагорейской мистики» квантовой механики.

Не менее интересные развороты происходят с действительными числами. Как известно, эти числа могут быть разнообразным образом обобщены. Классическим способом такого обобщения является ослабление тех или иных аксиом: линейного порядка, аксиомы Архимеда и пр. Однако аксиоматика – это скорее общепринятая фиксация результата, тогда как реальное обобщение осуществляется путем предъявления некоторой конструкции: символов $+\!/\!-\infty$, комплексного числа, нестандартного числа и пр. Важнейшей особенностью таких расширений является возможность переноса на них операций, свойственных «обычным» действительным числам. Например, нестандартный анализ возник ровно тогда, когда А. Робинсоном был сформулирован принцип переноса, позволяющий распространить утверждения анализа на нестандартные числа (хотя возможность непротиворечивого введения бесконечных чисел в арифметику была ясна со времен теоремы компактности А.И. Мальцева).

Введение фундаментальных вращений представляет собой новый тип расширения действительных чисел «по инвариантности» (приблизительно в том же смысле, в каком электромагнитное поле можно рассматривать как «расширение» магнитного поля). При этом алгебраический статус этого расширения нуждается в осмыслении.

Некоторому прояснению ситуации могут послужить следующие рассуждения.

Рассмотрим кардинальную шкалу, расширяющую натуральный ряд в область бесконечных множеств:

$$0, 1, 2 \dots n, \dots \aleph_0, \aleph_1, \aleph_2 \dots \aleph_\lambda \dots (*)$$

Легко видеть, что всякое кардинальное число $\aleph_\lambda$ являясь *бесконечным* в смысле количества, является *конечным* в смысле порядка. В частности, в смысле порядка $\aleph_\lambda + 1 \neq \aleph_\lambda$. Это значит, что в порядковом смысле кардинал $\aleph_\lambda$ «ведет себя» так же, как и любое конечное натуральное число. Иными словами, в порядковом смысле последовательность кардинальных чисел (*) и последовательность натуральных чисел: $0, 1, 2 \dots n, \dots$ эквивалентны. Чтобы получить, в соответствии с общим принципом двойственности, собственно порядковую бесконечность (и, собственно, порядковое расширение натурального ряда), необходимо «замкнуть» последовательность «на себя» и получить фундаментальное вращение Ω , которое и является собственно порядковой бесконечностью (рис. 1):

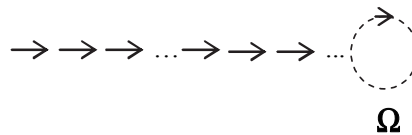


Рис. 1

Ясно также, что изменение направления существенного числа шагов приводит к появлению парного вращения (рис. 2):

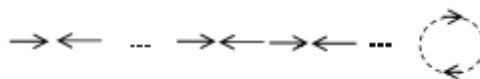


Рис. 2

Таким образом, вся последовательность распадается на линейные шаги и парное фундаментальное вращение, что совпадает с предыдущими выводами, полученными из соображений порядковой инвариантности. Если интерпретировать последовательность линейных шагов как действительное число (в смысле Конвея), то очевидно, что оно, с необходимостью, должно быть дополнено фундаментальным вращением. Это значит, что канторовская теория множеств, максимально широко реализующая идею количественной инвариантности, оказывается неполной. В этом плане «точка» объединяется с «фундаментальным вращением» по причинам, схожим с теми, которые объединили импульс и энергию в единый 4-вектор.

Физические следствия

По сложившейся в последние десятилетия традиции, физика в своих математических изысканиях и приложениях оказывается значительно более интересной и продуктивной, чем математика, развивающаяся в русле теоретико-множественной доктрины. В частности, в физике уже давно возникло настороженное отношение к концепции точечного континуума, которое постепенно выросло в конструктивные программы. Наиболее значимые из этих программ связаны с развитием теории твисторов Р. Пенроуза и бинарной системы комплексных отношений (БСКО) Ю.С. Владимирова. При всем различии исходных установок и аргументаций в этих теориях, в той или иной форме, обсуждался факт двойственности: *<точка континуума, спинорный объект>*. Эту двойственность можно понимать как далеко идущее обобщение принципа неопределенности Гейзенберга о взаимном и неразрывном дополнении геометрии и динамики (при этом «динамика» в двойственности носит абстрактный характер).

Названная двойственность может быть приведена к одному основанию. Например, взяв за основу континуум, мы должны, основываясь на его свойствах, построить спинорный объект (интерпретируя, например, шаг $\downarrow\uparrow$ как изотропный вектор). Это хорошо известная классика, но возможен и обратный ход: от спинорных объектов к континууму. Учитывая связь структуры линейных шагов и структуры фундаментальных вращений, задаваемой естественным обобщением функции $\lambda(n)$, этот ход вполне конструктивен. Если же связать спинорные объекты с физическими процессами, то можно предположить, что само возникновение точечного континуума обусловлено этими процессами, при этом структура континуума определяется характером процессов.

Этот принципиально новый поворот был впервые реализован в БСКО, в рамках реляционной парадигмы, при которой пространство-время определяется физическими взаимодействиями. Приведенные выше рассуждения позволяют увидеть математическую сторону этого принципиально важного вывода.

Можно также отметить работы А.П. Ефремова, в которых связка *<точка континуума, кватернион объект>* приводила к большому числу самых разнообразных результатов физического характера.

Метафизические следствия

Как нам представляется, приведенные выше рассуждения показывают, что принцип двойственности (количества и порядка) обладает большими конструктивными возможностями. Более того, этот принцип имеет глубокие связи как с принципами инвариантности и неопределенности (дополнительности). Характер этих связей еще требует осмысления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Векшенов С.А.* Метафизика инвариантности // Метафизика. – 2011. – № 2.
2. *Векшенов С.А.* Метафизика двойственности // Метафизика. Век XXI. – Вып. 4. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2011. – С. 91–114.
3. *Владимиров Ю.С.* Метафизика. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2009.
4. *Ефремов А.П.* Метафизика кватернионной математики // Метафизика. Век XXI. – Вып. 2. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007. – С. 233–266.
5. *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство-время. – М.: Мир, 1988.