ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МЕТРОЛОГИИ

С.Ф. Левин

Московский институт экспертиз и испытаний

Рассмотрен статистический аспект проблем истинности, адекватности моделей, соотношения измерений и вычислений в метрологии. На примере космологических моделей показано его возможное влияние на результаты решения измерительных задач по данным астрофизических измерений.

Введение

До введения в действие стандарта [1], заменённого впоследствии рекомендациями по межгосударственной стандартизации [2], метрологию определяли как «учение о мерах, отрасль физики» [3]. В этом учении теоретическая или фундаментальная метрология стала одним из разделов, «предметом которого является разработка фундаментальных основ метрологии» [2].

Метрологи-теоретики, разрабатывая «основные постулаты метрологии», пытались создать «аксиоматику метрологии» как научной дисциплины, привлекая математику лишь в качестве вспомогательной дисциплины. Они заимствовали «аксиомы метрологии» из «Теории измерений» [4] «неколичественных (!) признаков» И. Пфанцагля. Этот профессор математики из Брауншвейга искренне полагал, что измерение в физике не связано со сложными проблемами.

В примечаниях к термину «физическая величина» [1] было отмечено, что «термин допускается применять для свойств, изучаемых не только в физике, но и в химии или других науках, если для сравнения их количественного содержания требуется применение физических методов». В этой связи отметим работу [6], которая по аналогии с математической физикой названа «математической метрологией». Её автор в статистических измерительных задачах рассматривал погрешности неадекватности как смещение оценок за счёт неадекватных статистик, а для «математической метрологии» принял аксиомы:

1) о существовании действительного числа, представляющего отношение значения величины к принятой единице измерений;

2) о невозможности установления истинного значения измеряемой величины.

Но метрология не вспомогательная дисциплина. Метрология – это математика в «железе». И в математической физике отношение математики к физической реальности рассматривается на основе аксиоматики Дедекинда–Кантора–Вейерштрасса теории действительных чисел и эвклидовой геометрии. «Польза математики» в том, что «в физике фундаментальное понятие измерения близко понятию сложения, а большинство физических законов суть утверждения о пропорциональности, что соответствует понятиям умножения и деления» [7].

Правда, в математической физике не всегда обращают внимание на то, что результаты измерений представляются только рациональными числами, на что ещё в VI веке до новой эры указал Пифагор. Он описал противоречие в античной теории измерений между аксиомой о соответствии результатов измерений рациональным числам и существованием несоизмеримых отрезков, длина которых с любой наперед заданной точностью может быть вычислена. Этот факт требовал понятия действительного числа, к которому пришёл лишь в XVII в. И. Ньютон в «Arithmetica Universales»: «Число есть не столько совокупность нескольких единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой, однородной с ней и принятой за единицу». В XVIII в. его уточнил Л. Эйлер в «Algebra»: «При определении или измерении величин всякого рода мы приходим, следовательно, к тому, что, прежде всего, устанавливается некоторая известная величина этого же рода, именуемая мерой или единицей и зависящая исключительно от нашего произвола. Затем определяется, в каком отношении находится данная величина к этой мере, что всегда выражается через числа, так что число является не чем иным, как отношением, в котором одна величина находится к другой, принятой за единицу».

Отсутствие теоретического базиса сказалось на метрологической терминологии, в ней стало прогрессировать явление *катахрезы*[1] [3]. Заимствованное из англо-французских изданий 1980 и 1993 гг. [5] определение термина

2.1 измерение: совокупность операций, выполняемых для определения значения величины. *Примечание:* Операции могут выполняться автоматически.

и его распространение на математические преобразования данных «непрямых и нефизических измерений» привело не только к появлению «общей теории измерений». Косвенные, совокупные, совместные, абсолютные и относительные «измерения» [1] дополнили равноточные, неравноточные, однократные, многократные, статические и динамические «измерения» [2].

К концу XX в. круг «измерений» за счёт статистических, векторных, тензорных и даже мягких «измерений» расширился настолько, что замечательный русский метролог Вениамин Алексеевич Кузнецов вынужден был констатировать: «**Мы перестали понимать, что такое измерение**».

Измерение ждала судьба кибернетики: её тоже распространяли на всё.

[1] **КАТАХРЕЗА** [< гр. katachrēsis злоупотребление] – соединение противоречивых, несовместимых понятий, например, «электрическая конка». Обычно представляет собой ошибку речи, но в некоторых случаях входит в обиход, например, «красные чернила». Такие выражения становятся возможными потому, что перестаёт осознаваться внутренняя форма соответствующего слова, например, связь слова «чернила» со словом «чёрный» [3].

Но уже в 2002 г. Учёный совет ВНИИМ признал «ошибочными необоснованные стремления, в ряде случаев в угоду мнимой и надуманной гармонизации, сузить богатые возможности русского языка, позволяющего, например, для одного англоязычного термина иметь различные значения, отражающие реально существующие особенности конкретного понятия» [8].

А в 2006 г. журнал «Законодательная и прикладная метрология» опубликовал статью специалистов ВНИИФТРИ [9] со словами: «формулы, рекомендуемые в МИ 1552–86 и МИ 2083–90 для вычисления доверительной границы погрешности результата измерения, являются неверными»[2]. Авторы сравнивали МИ 2083–90 [12] с ГОСТ 8.207–76 [13] и цитировали метрологическую справочную книгу [14]: «Для нахождения погрешности результата измерения надо построить композицию распределения случайных и неисключённых систематических погрешностей. Но построение композиции затруднено, поэтому используют эмпирическую формулу расчёта доверительной погрешности… Вычисление доверительной погрешности результата измерения по формуле (6.17) даёт пренебрежимо малую погрешность, не превышающую 12 %. Однако это вычисление довольно громоздко».

Требования к формулам в метрологии установлены п. 2.2.1 МИ 2091–90 [15]: «погрешность, обусловленная несоответствием модели объекту измерений, не должна превышать 10 % от предела допускаемой погрешности измерений». При этом и композиция составляющих погрешности как математическая модель также должна была по идее учитывать погрешности неадекватности [16].

В ходе всесоюзной дискуссии 1970–1980-х гг. по проблемам математической статистики под эгидой Научного совета АН СССР по кибернетике [17] в связи с вопросом об объективном смысле вероятности [18] были отмечены типовые нарушения условий применимости теории вероятностей и указана целесообразность перехода к непараметрической статистике на основе развития схемы перекрёстного наблюдения. Эта схема при статистической проверке гипотез в качестве критерия выбора использует максимум воспроизводимости распределения вероятностей на статистическом распределении [16].

К сожалению, итоги дискуссии остались вне поля зрения многих метрологов.

Появление «Руководства по выражению неопределенности измерения» или GUM [19], за которым закрепилось полушутливое название «Руководства по выражению дисперсии измерения», породило продолжающуюся и сегодня, но бесплодную дискуссию о «концепции неопределенности», которая полагает истинное значение физической величины неизвестным и заменяет традиционное для метрологии понятие «погрешность измерения» нетрадиционным:

[2] В 2005 г. место МИ 1552–86 [10] заняли Р 50.2.038–2004 [11], где приложение по расчету неопределённости измерения, по замечанию автора статьи, было изъято.

неопределенность (измерения) есть параметр, связанный с результатом измерения, который характеризует дисперсию значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине.

Примечание: Параметром может быть, например, стандартное отклонение (или данное кратное ему) или полуширина интервала, имеющего установленный уровень доверия.

Удивительно, что параметр, характеризующий дисперсию, называют дисперсией или стандартным отклонением как корнем квадратным из дисперсии, а их статистическими оценками являются средний квадрат отклонения от среднего арифметического и «среднее квадратичное отклонение» (СКО).

В 1990-е гг. GUM [19] был воспринят некоторыми «ведущими метрологами» как иллюзия нового этапа развития метрологии. Их попытки усилить её «дополнениями» и «пояснениями» [20–24] обернулись примерами некорректного применения вероятностно-статистических методов. Нарушение принципов доверительного оценивания исключало применение концепции неопределенности в государственных поверочных схемах (подробнее см. [25–33]).

В результате «перестройка» отечественной метрологии от единства измерений к прослеживаемости (traceability) зашла в «вероятностно-статистический тупик» [34]. Для осознания этого факта потребовалось целое десятилетие, хотя ранее эквивалентом этого англоязычного термина был термин [2]:

13.1 Единство измерений – состояние измерений, характеризующееся тем, что их результаты выражают в узаконенных единицах физических величин, размеры которых в установленных пределах равны размерам единиц, воспроизводимых первичными эталонами, а погрешности результатов измерений известны и с заданной вероятностью не выходят за установленные пределы.

В том же 2006 г. произошло ещё одно знаковое событие. В браковочном условии методики поверки [35] появилась расширенная неопределенность, а стандарт [36] указал, что «устанавливаемые предельные значения не должны включать в себя (в явном или неявном виде) неопределенность измерений».

И только в конце 2009 г. руководство Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии приняло решение о введении специальной программы повышения квалификации по статистическим методам решения измерительных задач не только для специалистов-метрологов, связанных с разработкой нормативных документов Государственной системы обеспечения единства измерений (ГСИ), но и для преподавателей метрологии. Это решение было связано с критическим состоянием обеспечения единства измерений в 1990-е гг., большими потерями опытных специалистов и, как следствие, резким снижением уровня математической подготовки метрологов.

Ещё одной существенной причиной описанной выше ситуации в метрологии стало отсутствие должного внимания к её философским проблемам. И это не могло не сказаться на уровне оценивания точности результатов при решении измерительных задач. Ряд этих проблем и будет обозначен в настоящей статье.

Философская проблема № 1 в метрологии – проблема истины

Каждому метрологу хорошо известно следующее определение [1]:

2.4 Истинное значение физической величины – значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношениях соответствующее свойство объекта.

В [2] это определение было дополнено философским примечанием:

3.6 Истинное значение физической величины – значение физической величины, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую физическую величину.

Примечание: Истинное значение физической величины может быть соотнесено с понятием абсолютной истины. Оно может быть получено только в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений.

При этом смысл ключевой части определения «идеальным образом… в качественном и количественном отношении» в [2] так и не был раскрыт.

Ещё один термин [1], применяемый для замены термина «истинное значение», в [2] принципиальных изменений не претерпел:

3.7 Действительное значение физической величины – значение физической величины, полученное экспериментальным путём и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

Из указанного в 3.6 примечания следовало, что истинное значение физической величины, во-первых, характеризует соответствующую физическую величину, а не свойство объекта, и, во-вторых, не может быть получено никогда.

Поэтому в [2] пополнилось примечаниями определение ещё одного термина:

9.1 Погрешность результата измерения – отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

Примечания: 1. Истинное значение величины неизвестно, его применяют только в теоретических исследованиях. 2. На практике используют действительное значение величины $x_д$, в результате чего погрешность измерения $\Delta x_{изм}$ определяют по формуле $\Delta x_{изм} = x_{изм} - x_д$. 3. Синонимом термина *погрешность измерения* является термин *ошибка измерения*, применять который не рекомендуется как менее удачный.

Однако причём здесь именно абсолютная истина? И если истинное значение неизвестно, то можно ли судить о близости к нему действительного значения?

Реакцией на эти вопросы стало появление нового термина – «опорное значение физической величины». Причины же появления этого термина в международной и отечественной метрологической практике оказались разными.

Международный словарь по метрологии [38] даёт следующие определения:

Истинное значение – значение величины согласно определению величины.

Примечания:

1. В концепции погрешности при описании измерения истинное значение величины рассматривается единственным и, на практике, неизвестным. Концепция неопределенности признает то, что в действительности из-за недостаточно детального определения величины не существует единственного истинного значения величины, а есть совокупность истинных значений величины, соответствующих определению. Однако эта совокупность значений, в принципе и на практике, неизвестна. Другие подходы совершенно не требуют понятия истинного значения величины и опираются на понятие метрологической совместимости результатов измерений при оценивании их правильности. 2. В специальном случае фундаментальной константы считается, что величина имеет единственное истинное значение. 3. Когда внутренняя неопределенность, связанная с определением измеряемой величины, считается ничтожной по сравнению с другими компонентами неопределенности измерения, то можно считать, что измеряемая величина имеет по существу единственное истинное значение.

Погрешность измерения – измеренное значение величины минус опорное значение величины.

Опорное значение величины – значение величины, используемое в качестве основы для сравнения величин того же рода.

Примечание: Опорное значение величины, которое может быть истинным значением измеряемой величины, в этом случае оно неизвестно, или принятое значение величины, в этом случае оно известно.

Подробнее смысл опорного значения раскрывает аутентичный перевод [39]:

3.5 принятое опорное значение – значение, которое служит в качестве согласованного для сравнения и получено как:

a) теоретическое или установленное значение, базирующееся на научных принципах;

b) приписанное или аттестованное значение, базирующееся на экспериментальных работах какой-либо национальной или международной организации;

c) согласованное или аттестованное значение, базирующееся на совместных экспериментальных работах под руководством научной или инженерной группы;
d) математическое ожидание измеряемой характеристики, то есть среднее значение заданной совокупности результатов измерений – лишь в случае, когда a), b) и c) недоступны.

Остаётся только заметить, что стандарт [39] рассчитан на случай «отсутствия необходимых эталонов» и что разница между математическим ожиданием и средним значением в математической статистике называется смещением.

Другими словами, определение опорного значения физической величины, рекомендуемое международными стандартами, остаётся незавершённым исследованием, создающим видимость практической пригодности.

Напомним, что философская категория «истины» определяется как «верное, правильное отражение действительности в мысли, критерием которого в конечном счёте является практика. Характеристика истинности относится именно к мыслям, а не к самим вещам и средствам их языкового выражения» [37].

При этом истина как философская категория бывает не только абсолютной, но и относительной, что предполагает наличие непознанного.

Но есть ещё один принципиальный момент.

Дело в том, что международные словари различных редакций, а за ними и [2], дают определение базового для метрологии термина

3.1 Физическая величина – одно из свойств физического объекта (физической системы, явления и процесса), общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них.

тождеством «физическая величина – это свойство физического объекта».

Физическая величина представляется тремя элементами – именем, числом и размерностью. Этих элементов в физической реальности нет, это – знаки для соответствующего свойства физического объекта. Поэтому физическая величина это не само свойство, а характеристика его количественного проявления, что и зафиксировано теперь в [43].

Соответствующая интерпретация опорного значения дана в [16], детализирована в [40] и соответствует отечественной метрологической практике:

Опорное значение физической величины – согласованное значение, используемое для расчета характеристик погрешностей и в зависимости от статуса определяемое как:
а) истинное значение условное (аналог относительной истины)
– *расчётное* в строгой теории физической величины, фундаментальные константы которой определены по данным измерений наивысшей точности (п. 4.3 [16]),

– *измеренное* государственным первичным эталоном, носителем шкалы физической величины как специальным случаем фундаментальной константы (п. 13.1 [2]),
– *принятое* по определению (п. 2 [38]);
b) *действительное значение* – результат решения метрологической измерительной задачи, для которого влиянием размеров наикратчайшего толерантного интервала на значащие цифры предела допустимой погрешности в рассматриваемой измерительной задаче можно пренебречь (п. 4.3 [16]);
c) *аттестованное значение* – установленное аккредитованной согласно [41] лабораторией;
d) *приписанное значение* – полученное по методике, аттестованной согласно [42, 16, 43];
e) *экспертное значение* – оценка параметра положения распределения совокупности данных указанным статистическим методом, когда a)-d) недоступны [43].

Однако сомнительная аналогия с абсолютной истиной позволила использовать GUM [19] для того, чтобы повернуть отечественную метрологию к «центральной предельной теореме» и «нормальной теории», к подмене статистического вывода средним арифметическим и оценкой «расширенной неопределённости измерения *U*» как СКО, умноженным на коэффициент охвата.

Парадоксально то, что в переводе GUM открытым текстом указаны его «особенности», хотя и с использованием какой-то не очень чёткой, непрофессиональной терминологии.

Приложение Е
Е.1.1 Данное *Руководство* представляет широко применяемый метод оценивания и выражения неопределенности в измерении. Оно дает скорее реалистическое, чем «безопасное» значение неопределенности…
Е.2.1 При указании значения измеряемой величины необходимо давать её наилучшую оценку и наилучшее оценивание неопределенности этой оценки… [19, с. 52].

Другими словами, подход на основе понятия неопределенности рекомендует не интервальные оценки стандартного отклонения, а «скорее» точечные оценки метода моментов, что не соответствует требованиям [44] по доверительной вероятности: её значение выбирают из ряда $P = \{0{,}90;\ 0{,}95;\ 0{,}99\}$, а для пределов допускаемых погрешностей, по умолчанию, установлено $P = 1$. Этим положением «широко применяемый метод оценивания и выражения неопределенности в измерении» [19] расходится со стандартами [45–47].

6.2.3. Если это возможно, необходимо оценить и указать доверительный уровень *p*, связанный с интервалом, определяемым *U*. Надо признать, что

умножение $u_c(y)$ на какую-то постоянную величину не дает никакой новой информации, а просто представляет ранее имевшуюся информацию в новом виде. Однако нужно также признать, что в большинстве случаев уровень доверия p (особенно для значений p, близких к 1) будет скорее неопределенным не только из-за ограниченного знания распределения вероятностей, характеризуемых y и $u_c(y)$ (особенно в крайних областях), но также из-за неопределенности самой $u_c(y)$ (см. Примечание 2 к 2.3.5, 6.3.2 и Приложение G, особенно G.6.6) [19, с. 25].
6.3.2. В идеале хотелось бы иметь возможность выбрать конкретное значение коэффициента охвата k, которое обеспечивало бы интервал $Y=y\pm U=y\pm ku_c(y)$, соответствующий выбранному уровню доверия, такому как 95 или 99 процентов; равным образом, для заданного значения k хотелось бы иметь возможность четко указать уровень доверия, связанный с этим интервалом. Однако это нелегко осуществить на практике, поскольку это требует полного знания распределения вероятностей, характеризуемого результатом измерения y и его суммарной неопределенностью $u_c(y)$. Хотя эти параметры обладают большой значимостью, сами по себе они недостаточны для того, чтобы установить интервалы, имеющие точно известные уровни доверия [19, с. 25].

Другими словами, оценивание «неопределенности измерения» в принципе не позволяет устанавливать интервалы, содержащие с заданной доверительной вероятностью P не менее чем заданную долю γ неизвестного распределения вероятностей возможных значений измеряемой величины. Интервалы такого рода называются толерантными и предикционными, а доверительные интервалы относятся к точечным оценкам параметров упомянутого распределения.

Та же мысль о несоответствии одноимённых терминов в математической статистике и GUM выражена в [19] весьма витиевато.

6.2.2. Термины **доверительный интервал** (C.2.27, C.2.28) и **уровень доверия** (C.2.29) имеют в статистике специальные определения и применяются к интервалу, определенному U, только когда выполнены определенные условия, включая условие, чтобы все составляющие неопределенности, которые входят в $u_c(y)$, были бы получены из оценивания по типу А. Таким образом, в данном *Руководстве* слово «доверие» не используется для модификации слова «интервал», когда ссылаются на интервал, определяемый U, и термин «доверительный уровень» также не используется в связи с интервалом и предпочитается скорее термин «уровень доверия». Более конкретно, U рассматривается как задание интервала вокруг результата измерения, который содержит большую часть p распределения вероятностей, характеризуемого результатом и его суммарной стандартной неопределенностью, и p является *вероятностью охвата* или *уровнем доверия* для этого интервала [19, с. 25].

Эти трудности восприятия смысла концепции неопределенности дополнило качество перевода, в результате чего для метрологии был «потерян» толерантный интервал, фигурирующий в государственных поверочных схемах с указанием нормы доверительной вероятности [44]. Чтобы понять это, достаточно сравнить тексты оригинала [48] и его перевода на русский язык [19].

[48, p. 37–38]	[19, с. 43]
C.2.29 confidence coefficient; confidence level [ISO 3534-1, 2.59] The value (1–α) of the probability associated with a confidence interval or statistical coverage interval. (see [ISO 3534-1] 2.57 [C.2.27], 2.58 [C.2.28]), and 2.61 [C.2.30]) **C.2.30 statistical coverage interval** [ISO 3534-1, 2.61] An interval for which a given level of confidence that it contains at least a specified proportion of population. NOTES 2 Also called «statistical tolerance interval». This term should not be used because it may cause confusion with «tolerance interval» which is defined in ISO 3534-2.	**С.2.29 Коэффициент доверия; доверительный уровень** [ISO 3534-1, 2.59] Значение (1–α) вероятности, связанное с доверительным интервалом или статистическим интервалом охвата (см. [ISO 3534-1] 2.57 [С.2.27], 2.58 [С.2.28] и 2.61 [С.2.30]). **С.2.30 Статистический интервал охвата** [ISO 3534-1, 2.61] – интервал, для которого можно с заданным доверительным уровнем констатировать, что он включает, по крайней мере, определенную часть совокупности. ПРИМЕЧАНИЯ. 2. Его называют также «статистически допустимый интервал». Такой термин не следует использовать, так как это может вызвать путаницу с «допустимым интервалом», определенным в ISO 3534-2.

Может быть, с литературно-художественной точки зрения перевод выполнен блестяще, а вот с профессиональной – большой вопрос. И не только для GUM.

ГОСТ Р 50779.10–2000 (ISO 3534-1) [49, с. 20] 2.59 **доверительная вероятность;** *уровень доверия* Величина (1–α) – вероятность, связанная с доверительным интервалом или со статистическим накрывающим интервалом.	*en* confidence coefficient; confidence level
2.61 **толерантный интервал** Интервал, для которого можно утверждать с данным уровнем доверия, что он содержит, по крайней мере, заданную долю определенной совокупности.	*en* statistical coverage interval, *fr* intervalle statistique de dispersion

ГОСТ Р 50779.11–2000 (ISO 3534-2) [50, с. 5]	
1.4.5 **поле [область] допуска**	*en* tolerance interval;
Множество значений показателя между предельными значениями, включая последние	tolerance zone
	fr intervalle de tolérance

Вот так же, как и в известной английской песенке, заканчивающейся словами «оттого, что в кузнице не было гвоздя», «незначительные философские неточности» привели в начале XXI в. к неправильным формулам погрешностей и к «чрезмерной торопливости буквально навязывания силой нового понятия» [25].

Проблема соотношения измерений и вычислений

Согласно определению [2]

5.1 измерение физической величины – совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины.

Примечания: 1. Приведенное определение понятия «измерение» удовлетворяет общему уравнению измерений, что имеет существенное значение в деле упорядочения системы понятий в метрологии. В нем учтена техническая сторона (совокупность операций), раскрыта метрологическая суть измерений (сравнение с единицей) и показан гносеологический аспект (получение значения величины). 2. От термина «измерение» происходит термин «измерять», которым широко пользуются на практике. Все же нередко применяют такие термины, как «мерить», «обмерять», «замерять», «промерять», не вписывающиеся в систему метрологических терминов. Их применять не следует. Не следует также применять такие выражения, как «измерение значения» (например, мгновенного значения напряжения или его среднего квадратического значения), так как значение величины – это уже результат измерений.

5.18 измерительная задача – задача, заключающаяся в определении значения физической величины путем ее измерения с требуемой точностью в данных условиях измерений.

В теории познания измерение рассматривается как «познавательная процедура, осуществляемая на эмпирическом уровне научного исследования» [37] и включающая определение количественного проявления свойств объектов физической реальности с помощью измерительных приборов, являющихся посредниками между объектами (*реальным*) и их отражением (*идеальным*) в сознании познающего субъекта в виде количественного образа – математической модели. Основой такого отражения является система мер физических величин, причём каждая из мер представляет собой соединение реального и идеального.

С одной стороны, каждая мера воспроизводит фиксированное количественное проявление одноимённого свойства (*реальное*), которому, с другой стороны, присвоено именованное число (*идеальное*). Меры одноимённого свойства согласно аксиоматике Дедекинда–Кантора–Вейерштрасса образуют шкалу измерений физической величины для качественно однородных индивидуальных свойств различных объектов, а система таких шкал позволяет характеризовать качественно разнородные свойства каждого объекта измерений.

Носителями шкал измерений физических величин являются первичные эталоны, возглавляющие государственные поверочные схемы. В их состав входят соподчинённые вторичные, разрядные и рабочие эталоны, образующие разветвляющуюся иерархическую систему, в которой путём последовательности совместных измерений между уровнями иерархии эталонов обеспечивается привязка показаний всех средств измерений данного вида, физической величины данного рода, к первичному эталону – обеспечивается единство измерений.

Так прибор становится посредником в процессе познания физической реальности, а получаемые с его помощью количественные результаты характеризуют метрологическими характеристиками, важнейшей из которых является предел допускаемых значений или доверительная граница погрешности измерений.

Часто на провокационный вопрос, «какие вы знаете виды измерений?» даже метрологи, не задумываясь, дают ответ: «прямые, косвенные, совместные и совокупные». Ниже даны определения соответствующих терминов согласно [2].

5.6 статическое измерение – измерение физической величины, принимаемой в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменную на протяжении времени измерения.

5.7 динамическое измерение – измерение изменяющейся по размеру физической величины.

Примечания: 1. Терминоэлемент «динамическое» относится к измеряемой величине. 2. Строго говоря, все физические величины подвержены тем или иным изменениям во времени. В этом убеждает применение все более и более чувствительных средств измерений, которые дают возможность обнаруживать изменение величин, ранее считавшихся постоянными, поэтому разделение измерений на динамические и статические является условным.

5.8 абсолютное измерение – измерение, основанное на прямых измерениях одной или нескольких основных величин и (или) использовании значений физических констант.

Пример – Измерение силы $F = mg$ основано на измерении основной величины – массы m и использовании физической постоянной g (в точке измерения массы).

Примечание: Понятие *абсолютное измерение* применяется как противоположное понятию *относительное измерение* и рассматривается как измерение величины в её единицах. В таком понимании это понятие находит всё большее и большее применение.

5.9 относительное измерение – измерение отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерение изменения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную.

Пример: Измерение активности радионуклида в источнике по отношению к активности радионуклида в однотипном источнике, аттестованном в качестве эталонной меры активности.

5.10 прямое измерение – измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно.

Примечание: Термин *прямое измерение* возник как противоположный термину *косвенное измерение*. Строго говоря, измерение всегда прямое и рассматривается как сравнение величины с ее единицей. В этом случае лучше применять термин *прямой метод измерений*.

5.11 косвенное измерение – определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

Примечание: Во многих случаях вместо термина *косвенное измерение* применяют термин *косвенный метод измерений*.

5.12 совокупные измерения – проводимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин определяют путем решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях.

Примечание: Для определения значений искомых величин число уравнений должно быть не меньше числа величин.

5.13 совместные измерения – проводимые одновременно измерения двух или нескольких неодноименных величин для определения зависимости между ними.

Дело в том, что, во-первых, вид измерения определяется родом измеряемой величины [51], а во-вторых, приведенные термины требуют комментариев.

1. Из 3-го раздела [2] исчезли «методы измерений» (нулевой, замещения и т.п.) для оправдания примечаний к терминам 5.10 и 5.11. Но так как от перестановки слов в определении меняется смысл термина, то во всех документах на государственные поверочные схемы, вопреки этим примечаниям, продолжают применять «метод прямого измерения», «метод косвенного измерения» и т.д.

2. Из определения «статических и динамических измерений» узнаем, что само определение терминов относится не к измерению, а к измеряемой величине.

3. Функционально связанные физические величины и физические константы, формулы и уравнения, выражают физические законы, поэтому «абсолютные измерения» не отличаются от «косвенных».

4. Объектом «относительного измерения» стало несуществующее «тело» – отношение размеров. По замечанию Л. Эйлера, из-за «нашего произвола» в выборе единицы, «относительные измерения» не отличаются от «прямых».

5. Определение термина «прямое измерение» не уточняет – *как именно непосредственно* получают значение физической величины. Тем более что, «строго говоря, измерение всегда прямое».

6. Прилагательное «косвенное» указывает явно не на измерение.

7. «Совокупные измерения» часто путают с «косвенными» потому, что для получения результата приходится ещё и решать систему уравнений.

8. Результатом «совместных измерений» является не значение величины, а «зависимость» между величинами в виде формулы или уравнения.

9. Если измерения и вычисления рассматривать как операции измерительных и вычислительных преобразований, то их сходство только в том, что они заканчиваются получением чисел – значений физических величин. Но сходство по «гносеологическому аспекту» (см. примечание 2 к определению 5.1), т.е. по результату, возникнет только тогда, когда используемые для вычислений числа являются данными измерений, а неадекватность математических формул, описывающих зависимости физической реальности, достаточно мала.

Согласно тому же примечанию, измерения и вычисления различаются техническим и метрологическим аспектами. Измерение нельзя выполнить на бумаге в столбик, а при вычислениях отсутствует **мера** той величины, в единицах которой выражается результат. Федеральный закон «Об обеспечении единства измерений», «прослеживаемость» требует привязки средства измерений к государственному первичному эталону соответствующей единицы величины посредством сличений, непосредственно или посредством других эталонов и эталонов-переносчиков. Для вычислений такой необходимости нет.

10. Если на вход средства измерений воздействует измерительный сигнал от объекта измерений, то на вход средства вычислений – числовой код. А так как природа и методы нахождения погрешностей результатов измерений и результатов вычислений по данным измерений различны, то метрологический аспект различия результатов измерений и результатов вычислений раскрыт неполно.

Как указано в [2], «измерения» делят на «прямые, косвенные, совокупные и совместные» по общим приемам получения результатов измерений, поэтому бессмысленно термин «измерение» дублировать термином «измерительная задача», не говоря о способе математической обработки данных измерений.

Эта «незадача» была решена при разработке теории измерительных задач [52–54], доведена до нормативного документа [16] и уточнена в [43], а «виды измерений» заменены методами решения измерительных задач.

Измерительная задача – задача установления количественного соответствия между свойствами физического объекта и характеристиками его математической модели в данных условиях с требуемой точностью путем измерений и вычислений.
Метод прямого измерения – метод решения измерительной задачи одним из методов измерений (нулевого, замещения и т.д.) без использования вычислений.
Метод многократных измерений – метод решения измерительной задачи на основе многократных измерений одной и той же величины путем статистической обработки полученного ряда значений для нахождения характеристик ее вероятностной модели.
Метод косвенного измерения – метод решения измерительной задачи на основе измерений физических величин, функционально связанных с искомой величиной в явном виде, путем вычислений по уравнению связи.
Метод совокупных измерений – метод решения измерительной задачи на основе измерений физических величин, функционально связанных с искомыми величинами в неявном виде путем решения системы уравнений связи.
Метод совместных измерений – метод решения измерительной задачи путем одновременных измерений всех физических величин, входящих в математическую модель объекта измерений при различных сочетаниях их значений в диапазонах изменения, на основе решения системы уравнений связи между ними относительно параметров.
Измерительные задачи классифицируют по следующим признакам:
по направленности отображения между объектом и моделью – на *задачи идентификации* характеристик модели и *задачи воспроизведения* заданных свойств объекта;
по типам моделей – на *статические задачи* (функциональные модели), *статистические задачи* (вероятностные модели) и *динамические задачи* (операторные модели);
по целям в терминах характеристик моделей объектов измерений – на *размерностные задачи* (по родам физических величин), *структурно-параметрические задачи* (по перечню переменных, структуре и параметрам модели);
по статусу применяемых средств измерений – на *метрологические задачи* (с применением эталонов) и *прикладные задачи* (без применения эталонов).

Но процесс познания не ограничивается значениями физических величин.

На следующем этапе субъект познания (в метрологии – наблюдатель) устанавливает зависимости между физическими величинами и математические модели объектов измерений. Предметные цели познания могут быть разными, но во всех случаях формулы и уравнения, как ещё один посредник в процессе познания, должны предсказывать поведение или состояние объектов измерений.

Но можно ли на формулы и уравнения переносить представления, сформированные для средств измерений, и называть результаты вычислений по формулам и решение уравнений измерениями?

При этом перестает осознаваться внутренняя форма слова «измерение», его корень – «мера». И, самое главное, каковы последствия этой катахрезы?

Самым тяжёлым последствием метрологической катахрезы стала некорректность постановки и решения типовых статистических измерительных задач.

Что же, в свете итогов дискуссии 1970–1980 гг. по проблемам применимости вероятностно-статистических методов, длительное время оставалось незамеченным для метрологов и на что они просто не обращали внимание?

1. На некорректность постановки измерительной задачи [13]: «2.2. За результат измерения принимают среднее арифметическое результатов наблюдений».

Так, ГОСТ 8.207–76 и GUM «потеряли» случайную составляющую между «измерением» и «измерениями», СКО «результата измерения» и СКО «результата наблюдения». Ведь согласно РМГ 29–99 «наблюдения» – это «измерения», а среднее арифметическое всегда было результатом вычисления.

2. Согласно п. 5.1 [13], «погрешность, возникающая из-за пренебрежения одной из составляющих погрешности результата измерения, при выполнении указанных неравенств[3] не превышает 15 %». А табулированные в [53] границы относительных погрешностей формул интервала, содержащего погрешность измерения с вероятностью P = 0,90…0,98, варьируются в пределах от 7 до 65 %!

«Реалистические» оценки GUM стандартной неопределенности типа А, т.е. СКО, ничуть не лучше. В GUM указано, что расширенная неопределенность не является доверительным интервалом и есть таблица, где дано «стандартное отклонение экспериментального стандартного отклонения среднего $\overline{q}$ из n независимых наблюдений нормально распределенной случайной переменной q относительно стандартного отклонения этого среднего». При $n \leq 10$ оно составляет 24…76 %, и для перехода от расширенной неопределенности к доверительному интервалу коэффициент охвата нужно дополнить коэффициентом верхней доверительной границы оценки параметра рассеяния, а именно 2,87…5,29.

3. Термины 9.14 и 9.15 в РМГ 29–99 сначала определялись так:

9.14 Средняя квадратическая погрешность результатов единичных измерений в ряду измерений средняя квадратическая погрешность измерений; средняя квадратическая погрешность; СКП

[3] $8 < \Theta(P)/S(\tilde{A}) < 0{,}8$: $S(\tilde{A})$ – «средняя квадратическая погрешность результата измерений среднего арифметического», $\Theta(P)$ – доверительная граница статистической погрешности оценки при доверительной вероятности P.

Оценка S рассеяния единичных результатов измерений в ряду равноточных измерений одной и той же физической величины около среднего их значения, вычисляемая по формуле $$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}, \quad (9.6)$$ где x_i – результат i-го единичного измерения; $\overline{x}$ – среднее арифметическое значение измеряемой величины из n единичных результатов;
9.15 Средняя квадратическая погрешность результата измерений среднего арифметического средняя квадратическая погрешность среднего арифметического; средняя квадратическая погрешность; СКП Оценка $S_{\overline{x}}$ случайной погрешности среднего арифметического значения результата измерений одной и той же величины в данном ряду измерений, вычисляемая по формуле $$S_{\overline{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}}, \quad (9.7)$$ где S – средняя квадратическая погрешность результатов единичных измерений, полученная из ряда равноточных измерений, вычисляемая по формуле (9.6); n – число единичных измерений в ряду.

Некорректность этих определений и обозначений была отмечена ещё в отзыве на проект РМГ, но тогда это замечание, как и целый ряд других, вместе с конкретными предложениями, было просто отклонено без объяснений.

Другой была реакция на замечание о введении расширенной неопределенности в браковочное условие методики поверки [55], что занижало оценки точности поверяемого средства измерений, т.е. приводило к увеличению вероятности ошибочного признания его годности [56]. «Ведущие специалисты по внедрению неопределенности в отечественные измерения» из лаборатории теоретической метрологии ВНИИМ обвинили автора статьи в поверхностном знакомстве с предметом и самодеятельных ухищрениях. Но в 2010 г. в РМГ 29–99 [2] всё-таки был внесён ряд изменений. Среди них основными, как и следовало ожидать, были следующие изменения:

9.14 Среднее квадратическое отклонение результатов единичных измерений в ряду измерений среднее квадратическое отклонение измерений, среднее квадратическое отклонение, СКО Характеристика S рассеяния результатов измерений в ряду равноточных измерений одной и той же физической величины, вычисляемая по формуле $$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}, \quad (9.6)$$

где x_i – результат i-го единичного измерения; $\bar{x}$ – среднее арифметическое значение n единичных результатов измерений величины»;

9.15 Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического значения результатов измерений

среднее квадратическое отклонение среднего арифметического; СКО среднего арифметического

Характеристика $S_{\bar{x}}$ рассеяния среднего арифметического значения результатов измерений одной и той же величины, вычисляемая по формуле

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}, \qquad (9.7)$$

где S – СКО результатов измерений, вычисляемое по формуле (9.6); n – число единичных измерений в ряду.

Выяснилось и то, что «самодеятельное ухищрение» по использованию равномерного распределения при отсутствии достоверной информации о виде распределения вероятностей было рекомендовано в качестве «наихудшего случая» ещё в МИ 83–76 (заменены [11]) и РД 50–453–84 [57], то есть более тридцати лет тому назад, причем учителями упомянутых выше «ведущих специалистов».

И наконец, в 2012 г. ВНИИМС поддержал ещё одно «самодеятельное ухищрение» – контурные оценки статистических функций распределений.

4. Устанавливаемая государственными поверочными схемами норма доверительной вероятности для специалистов, излишне уверенных в своей компетентности по вопросам математической статистики, стала главным казусом.

Доверительная вероятность присуща всем видам интервальных оценок, в том числе доверительным [45], толерантным [46] и предикционным [47] интервалам, применяемым в различных ситуациях. И доверительная вероятность, по определению, не должна быть менее доли соответствующего распределения вероятностей в доверительных границах. Вопрос лишь в том, распределение чего должно быть в этих границах.

Доверительный интервал характеризует точность оценивания параметра распределения вероятностей величины, представленной статистическим рядом, а не самой величины. Точность оценивания собственно величины характеризует не доверительный, а толерантный интервал, который с доверительной вероятностью P содержит заданную долю γ распределения величины [46].

С исправлением этой ошибки и связано изменение терминов 9.14 и 9.15 [2].

5. Рациональное зерно GUM могло бы составить понимание неопределенности результата решения измерительной задачи в широком и узком смысле.

«Неопределенность измерения в узком смысле» – это параметр рассеяния распределения вероятностей, приписанного возможным значениям измеряемой величины на основании располагаемой априорной информации. Это – интерпретация GUM.

«Неопределенность в широком смысле» для искомой в измерительной задаче величины – распределение вероятностей, параметром рассеяния которого и является неопределенность измерения в узком смысле. О такой интерпретации неопределенности с коллегами из Физико-технического института Германии и ВНИИМС даже не пришлось спорить [27].

Важно подчеркнуть, что вычислительные схемы оценивания «неопределенности измерения» GUM не согласуются с отечественными и международными стандартами по статистическим методам [58, 45–47].

6. И ещё об одном, но уже действительно «самодеятельном ухищрении». Дело в том, что ГОСТ 8.207–76 проверку гипотезы о принадлежности результатов «наблюдений» распределению Гаусса рекомендует проводить «с уровнем значимости q от 10 до 2 %», а выбор конкретного значения этого уровня не регламентирован. И если гипотеза принимается, то дальше в расчётах фигурирует только принятое распределение. Но расхождение между распределениями, принятым и статистическим, остаётся. Это – погрешность неадекватности принятого распределения вероятностей. В измерительных задачах поверки эта составляющая погрешности используемых по умолчанию распределений Гаусса, или равномерного, как правило, больше погрешности рабочего эталона. Для её оценивания используют контурные оценки на основе теоремы П. Леви [59, 43], когда композиция $\Delta(\delta)$ представляет сумму $\delta = \xi_* + \psi_R$ наблюдаемой случайной составляющей Ξ_* с распределением вида «$*$» и суммарной ненаблюдаемой составляющей Ψ_R с эквивалентным равномерным распределением

$$f_\Delta(\delta) = \frac{F_*(\delta - a) - F_*(\delta - b)}{b - a},$$

где $F_*(\xi)$ – функция распределения вероятностей наблюдаемой составляющей, $[a, b]$ – интервал эквивалентного равномерного распределения для ненаблюдаемой составляющей.

Качественный результат поверки, как правило, определяется наибольшей по модулю разностью показаний поверяемого средства измерений и рабочего эталона, что в методе максимального правдоподобия означает использование для случайной составляющей основной погрешности равномерного распределения. Тогда распределение $f_\Delta(\delta)$ принимает вид трапеции, а схема расчета, оставаясь строгой, упрощается.

Проверка в классе усечённых распределений [60] подтвердила её достаточно высокую для практических приложений точность.

Кроме того, использование достигнутого уровня значимости при проверке гипотез о виде распределения вероятностей в последние годы получает всё большее распространение, и этим вопросам журнал «Измерительная техника» уже несколько лет посвящает целую серию статей коллектива специалистов факультета прикладной математики под руководством профессора Б.Ю. Лемешко из Новосибирского технического университета.

Применение не «безопасного», а «реалистического» оценивания в GUM оправдывается стремлением давать наилучшую оценку измеряемой величины, так как приуменьшение неопределенности её измерения может иметь катастрофические последствия, а завышение – может вынудить пользователей покупать приборы более дорогие, чем им нужно. Но «ориентация на наилучшее оценивание» в GUM несовместима с главной нормой государственных поверочных схем – нормой доверительной вероятности, защищающей права потребителя.

7. В метрологии построение математических моделей объектов измерений связано с методом совместных измерений, который применяется практически всегда в сочетании с методом многократных измерений. Основные вычислительные схемы структурно-параметрической идентификации моделей являются предметом регрессионного и конфлюэнтного анализа.

Первой здесь возникает проблема адекватности моделей. В теории познания она связана с проблемой соотношения абсолютной и относительной истины, а также с критерием истины. В метрологии эта проблема ограничена определением погрешности неадекватности. До разработки и нормативного введения теории измерительных задач [16, 43], прообразом которой для статистических измерительных задач стала работа [61], погрешность неадекватности рассматривали как погрешность измерения и сводили к погрешности аппроксимации моделью данных совместных измерений функционально связанных величин.

Однако ещё в 1980-е гг. удалось установить, что такое представление погрешности неадекватности математической модели по данным совместных измерений переменных объекта измерений является неполным [17], даже если учитывать и погрешности данных, использованных для идентификации модели. Эти составляющие погрешности неадекватности получили название соответственно параметрической и размерностной [16]. Ненаблюдаемой оказалась определяемая выбором аналитической структуры модели структурная составляющая погрешности неадекватности, а задача её идентификации длительное время оставалась одной из проблем математической статистики [62, 63].

Во-первых, было известно, что при построении модели «никогда не следует применять одну и ту же выборку для оценки и для проверки» [64]. Этому требованию соответствовали схемы кросс-валидации, «складного ножа» и перекрёстного экзамена [65–68], но они были приспособлены для оценивания смещения оценок параметров и использовали квадратичные критерии, чувствительные к статистической неоднородности данных.

Во-вторых, погрешности аппроксимации с увеличением числа параметров модели уменьшаются и могут сойтись к нулю при числе параметров, равном объему выборки данных совместных измерений. Но при проверке на новых данных погрешности предсказания (экстраполяции) такой моделью начинали увеличиваться тем сильнее, чем ближе было число параметров модели к объёму выборки.

В-третьих, при применении, например, критерия χ^2 с увеличением объёма выборки может возникнуть парадокс Эльясберга–Хампеля [69, 70], когда при достаточно большом числе данных измерений любая гипотеза о непрерывном распределении вероятностей может быть с большой вероятностью отклонена. Это связано не только с тем, что «статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы: они могут лишь указать на «отсутствие опровержения» [64], но и с нарушением условия статистической однородности данных.

Решение этой проблемы было получено обобщением схемы кросс-валидации до схемы перекрёстного наблюдения погрешности неадекватности [66]: выборка данных совместных измерений делится по числу параметров модели «плюс один» на блоки, каждый из которых по очереди используется для проверки модели, построенной на остальной части данных заданным методом, образуя функционал экстраполяций. Отклонение данных измерений от этого функционала и даёт информацию о распределении структурной составляющей погрешности неадекватности модели, но в сумме с параметрической. В сочетании с критерием воспроизводимости [67] это позволило установить важное для метода совместных измерений обстоятельство – существование структуры модели, оптимальной по критерию минимума погрешности неадекватности [66, 16].

Приведение метрологии к аксиоматике Дедекинда–Кантора–Вейерштрасса, а математической статистики – к принципу перекрёстного наблюдения в рамках интерполяционной концепции вероятности получило признание И.Г. Журбенко, В.В. Налимова и А.Х. Шеня. Но у ряда метрологов возникли трудности психологического характера, которые удалось преодолеть только после демонстрации простоты и эффективности новых методов расчета погрешностей.

Философские проблемы космологии – статистика и метрология

В измерительных задачах идентификации случаи, когда погрешностями неадекватности модели объекта измерений действительно можно пренебречь, очень редки. Так, в задаче проверки равенства инертной и гравитационной масс [71] и задаче идентификации шкалы космологических расстояний [72] относительная погрешность неадекватности оказалась величиной порядка $10^{-11}\ldots10^{-13}$. Поэтому погрешности неадекватности математических моделей объектов измерений оказались эффективным инструментом решения измерительных задач их структурно-параметрической идентификации. Это в определённой мере относится и к самому большому объекту измерений – Вселенной. В её исследовании ведущую роль играют оптико-физические и радиотехнические измерения пространственно-угловых и спектральных характеристик излучения внегалактических объектов и космического фона – так называемого реликтового излучения.

Среди космологических моделей особое место занимает изотропная модель А. Фридмана, основными параметрами которой являются постоянная Хаббла H_0 и параметр замедления q [73]. Оценки этих параметров, по данным астрофизических измерений, за последние 80 лет претерпели существенные изменения. Если первоначальная оценка постоянной Хаббла $H_0 = 530$ км·с$^{-1}$·Мпс$^{-1}$ 1929 г. понизилась до значения $H_0 = (74{,}2 \pm 3{,}6)$ км·с$^{-1}$·Мпс$^{-1}$ [74], то параметр замедления – с $(2{,}6 \pm 0{,}8)$ до $(-0{,}64^{+0{,}04}/_{-0{,}06})$, т.е. стал параметром ускорения [75].

В рамках теории измерительных задач [16] такое поведение параметров математических моделей объектов измерений является признаком некорректной параметризации, признаком существования более точной модели с физическими параметрами, т.е. с физическими величинами, которые действительно могут рассматриваться как постоянные в современную эпоху. В свою очередь некорректная параметризация математических моделей объектов измерений ведёт к известному в математической статистике явлению – стохастической мультиколлинеарности [76]. Она связана с так называемой «паразитной» корреляцией между оценками параметров модели, и для борьбы с ней увеличивают объём выборки данных или исключают из структуры модели соответствующие параметры.

Ещё одним фактором, существенно влияющим на точность космологических моделей, является «неаккуратное» применение статистических методов обработки данных астрофизических измерений. Причём одной из причин этой «неаккуратности» стала недооценка необходимости проверять условия применимости математической статистики [77]. Так, «выигрыш» по точности при использовании среднего взвешенного для получения оценки постоянной Хаббла в Hubble Space Telescope Key Project [78] – результат подмены смеси распределений распределением среднего взвешенного, а параметра рассеяния смеси – параметром рассеяния оценки параметра положения смеси. Терминологическую основу этой ошибки исправили в документах ГСИ только в конце 2010 г.

Модель А. Фридмана основана на ряде принципов, каждый из которых отсутствие данных измерений превращало в философскую проблему. К их числу относятся постулаты однородности и изотропии. С математической точки зрения они существенно упростили получение нестационарного решения уравнения Гильберта–Гроссмана–Эйнштейна [79], хотя за ними уже стояла проблема бесконечности и вечности Вселенной и, далее, – теория «Большого Взрыва».

На первых порах после своего открытия изотропия, как красного смещения z в спектрах внегалактических источников, так и реликтового излучения, не вызывала вопросов. По мере роста точности и детальности астрофизических измерений в начале 1970-х гг. появились свидетельства о дипольной анизотропии реликтового излучения, а в середине 1980-х – и у красного смещения [80]. К этому времени зависимости логарифма лучевой скорости $\lg(c\,z)$ от видимых звёздных величин m (диаграмма Хаббла [73]) и красного смещения

$$z = (H_0/c)\cdot D_L \qquad (1)$$

от фотометрического расстояния в мегапарсеках (закон Хаббла) как случайные функции с линейной характеристикой положения стали основой шкалы космологических расстояний. Точность шкалы определялась рассеянием красных смещений и анизотропией характеристики положения. Так, среднее абсолютное отклонение (САО) при свободном параметре наклона $\sim 0{,}2$ составляло для радиогалактик $d = 0{,}170$ и для квазаров $d = 0{,}225$ [81]. В то же время для галактик Местного объёма с наиболее надёжными оценками расстояний САО от закона Хаббла $d \sim 2\cdot10^{-4}$ в единицах красного смещения анизотропия постоянной Хаббла находилась на уровне $\delta H_0 \sim 12$ % [82].

В рамках проекта космического зонда WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), начатого в 2001 г., решалась измерительная задача параметрической идентификации т.н. стандартной ΛCDM-модели [83], которая принята в качестве наилучшей интерпретации данных астрофизических измерений характеристик реликтового излучения. В ходе статистической обработки этих данных было установлено, что геометрия наблюдаемой части Вселенной практически эвклидова и был получен ряд результатов, примечательных с точки зрения математической статистики.

1. Данные об угловом температурном спектре реликтового излучения оказались негауссовыми при аномально малых 2-й и 3-й гармониках, а вероятность их согласия с моделью в рамках χ^2-критерия – менее 0,18 [83–85].

2. Команда WMAP утверждала, что по сравнению с данными измерений за 5 лет по данным за 7 лет точность идентификации ΛCDM-модели в целом при 6 параметрах выше на 50 % , при 7 параметрах – на 50–90 %, а при 8 параметрах – на 200 % [86]. Однако снижение СКО (68% CL) оценок параметров по годам измерений составляет сотые доли, то есть $< 1/\sqrt{N}$ или меньше, чем это следует согласно гипотезе «нормальности» [87]. Более того, уменьшение погрешностей аппроксимации данных при увеличении числа параметров модели в теории измерительных задач является признаком неоптимальности и отсутствия учёта структурной составляющей погрешности неадекватности модели.

3. Командой WMAP обнаружена «дегенерация» 6-параметрической ΛCDM-модели – существенная корреляция между спектральным индексом и оптической толщей. Увеличение объёма данных к седьмому году измерений ослабило эту корреляцию, но усилило корреляцию между другими параметрами – плотностью «холодной темной материи», плотностью «темной энергии» и амплитудой флуктуаций плотности галактик [87–88]. Причиной стохастической мультиколлинеарности, вероятно, стало введение в модель параметров «холодной темной материи» и «темной энергии», не имеющих физической интерпретации.

В последние годы в связи с увеличением темпов обновления рекордных значений красного смещения вновь обнаруживаемых внегалактических объектов возрос риск того, что при обнаружении объектов с красным смещением z >15 ΛCDM-модель будет отклонена по «возрасту Вселенной» просто из-за нехватки времени на формирование галактик согласно теории их образования [89].

Обнаружение анизотропии реликтового излучения [90], а позже – анизотропии красного смещения галактик, радиогалактик и квазаров [80], поставило под сомнение один из традиционных принципов космологии – принцип изотропии.

Хотя, как отмечено в работе [91], не следует оценивать анизотропию красного смещения и делать вывод об «ускоренном расширении Вселенной» в Местном сверхскоплении (z < 0,1), где пекулярные скорости галактик неоднородны, что было сделано в исследовании [74] по данным о 240 сверхновых типа SN Ia из диапазона z < 0,1. Кроме того, в работе [91] по данным из диапазона z < 0,2 было показано, что это не обеспечивает покрытия небесной сферы, необходимого для выявления анизотропии диаграммы Хаббла.

Заметим, что эмпирические методы определения расстояний в космологии на основе статистических оценок используют, как правило, линейные модели: Leavitt-Pickering 1908 г., Opik 1922 г., Hubble 1929 г., Faber-Jackson 1976 г., Tully-Fisher 1977 г. [80]. Но линейность моделей в теории измерительных задач, как правило, является признаком неидеальности в качественном и количественном отношении, а её мерой – погрешность неадекватности.

В этой связи в работе [92] было рассмотрено красное смещение в виде двух составляющих $z = (1+z_0)(1+z_к) - 1$: собственной $z_0 = K \cdot 10^{-0,2M}$, где $K = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ [93], и космологической, представленной нелинейными моделями:

$$z_к = q_0\{(H_0/c)D_L - (q_0-1)[\sqrt{1+2(H_0/c)D_L} - 1]\}, \tag{2}$$

$$z_к = (H_0/c)D_L[1 + k(H_0/c)D_L]^k, \tag{3}$$

где q_0 – параметр замедления, k – параметр формы; c – скорость света. Модели (2) и (3) при $q_0 = 1$ и $k = 0$ дают закон Хаббла 1929 г. (1), а при $k = -1$ модель (2) представляет собой редукцию модели Ф. Хойля в варианте 1966 г. [94]:

$$z_к = (H_0/c)D_L/[1 - (H_0/c)D_L], \tag{4}$$

где $c/H_0 = R_0$ – масштабный фактор в (2) и точка разрыва 2-го рода в (4).

Исследование при H_0 = 74,2±3,6 км·с$^{-1}$·Мпс$^{-1}$ и q_0 = {0; 1/2; 1} по данным измерений угловых координат, красных смещений и звездных величин N = 200 квазаров [73] для моделей (2) и (4) показало следующее.

1. При q_0= –1/2 у ряда уравнений с моделью (2) действительных решений нет.

2. Остальные варианты моделей выявили для космологической составляющей красного смещения существенное уменьшение рассеяния относительно характеристики положения. Наименьшую погрешность интерпретации данных дали модель (2) при q_0 = 1 (d = $2{,}72\cdot10^{-14}$) и модель (4) ($d = 1{,}33\cdot10^{-14}$).

3. При структурной составляющей погрешности неадекватности $\pm1{,}39\cdot10^{-13}$ модели (4) соответствует уравнение шкалы космологических расстояний

$$D_L = z/[(1+z)(H_0/c) + K\cdot10^{5-0{,}2m}]. \tag{5}$$

4. Проверка модели (4) и закона Хаббла (1) для 172 радиогалактик [73] дала соответственно $d = 5{,}024\cdot10^{-15}$ против $d = 1{,}994\cdot10^{-14}$ и для 10 ярчайших скоплений галактик – $d = 5{,}358\cdot10^{-15}$ против $d = 1{,}563\cdot10^{-14}$. Модель (4) для 67 галактик Местной группы даёт $d = 7{,}524\cdot10^{-15}$, исключая ближнюю зону в радиусе 3 Мпс, в том числе и все случаи фиолетовых смещений.

5. Согласие моделей с данными [1] в пределах от 0,01 до 9,16 млрд. световых лет не зависит от угловых координат и морфологических типов объектов.

6. В модели (4) при $D_L = 0$ «эквивалентное по эффекту Доплера ускорение» $c\cdot H_0$ = $7{,}21\cdot10^{-10}$ м·с$^{-2}$, далее нарастает до $9{,}59\cdot10^{-10}$ м·с$^{-2}$ при D_L = 5,4 млрд св. лет и спадает до нуля при $D_L = \mathrm{R}_0$ = 13,8 млрд. св. лет. Эти эффекты только по данным измерений дают «аномалию Пионеров» ($8{,}74\cdot10^{-10}$ м·с$^{-2}$) и замедление «ускорения расширения Вселенной». Для закона Хаббла эффекты отсутствуют.

При учёте собственного красного смещения для примитивной кинематической модели «Большого Взрыва», предполагающей «разлёт» неких фрагментов с произвольными постоянными скоростями и упорядочивание скоростей разлета по расстоянию, возникло противоречие. С учётом запаздывания в этой модели v = $D_L/(1/H_0 - D_L/c)$ доплеровская интерпретация красного смещения даёт

$$z_\mathrm{v} = [1 - 2\cdot(H_0/c)\cdot D_L]^{-1} - 1, \tag{6}$$

а при $(H_0/c)\cdot D_L << ½$ модель (6) сходится к модели (4). С учётом поправки на собственное красное смещение модель (6) даёт решение, которое сокращает «границы Вселенной» в 2 раза и «приближает» квазары до 14,57 Мпс, или 47,48 млн световых лет, но при d = 0,0485 по рассматриваемой выборке квазаров.

Такое несоответствие по погрешности неадекватности асимптотически близких моделей показывает, что задача идентификации космологических моделей, по данным астрофизических измерений, относится к классу некорректных.

В итоге в секторах прозрачности Млечного Пути была обнаружена изотропия космологической составляющей красного смещения внегалактических объектов всех морфологических типов. Анизотропия наблюдаемого красного смещения квазаров является локальной и вызвана неоднородностью их распределения с экстремальными смещениями в полосе, перпендикулярной экватору Местного Сверхскопления. Эффект согласуется с особенностями условий измерений и методов статистической обработки.

Заключение

Таким образом, отсутствие должного внимания к философским проблемам и условиям применимости статистических методов в метрологии приводит в космологии к противоречивым выводам. При этом погрешность неадекватности как относительно новое понятие метрологии может сыграть положительную роль в разрешении проблем, связанных с математическими моделями объектов измерений даже в тех случаях, когда их физические размеры являются предельно большими.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 16263–70. ГСИ. Метрология. Термины и определения.
2. РМГ 29–99. ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.
3. Словарь иностранных слов / под ред. И.В. Лехина, С.М. Локшиной, Ф.Н. Петрова (главный редактор) и Л.С. Шаумяна. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Советская энциклопедия, 1964. – 784 с.
4. *Пфанцагль И. при участии Бауманна В. и Хубера Г.* Теория измерений. – М.: Мир, 1975. – 248 с.
5. Русско-англо-французско-немецко-испанский СЛОВАРЬ основных и общих терминов в метрологии / пер. с англ., фр.; Л.К. Исаев, В.В. Мардин. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1998. – 160 с.
6. *Цветков Э.И.* Основы математической метрологии. – СПб: Политехника, 2005. – 512 с.
7. *Джеффрис Г., Свирлс Б.* Методы математической физики. – Вып. 1. – М.: Мир, 1969. – 424 с.
8. ГОСТ 8.057. ГСИ. Эталоны. Основные положения (Проект, ред. 2004 г.). Пояснительная записка.
9. *Тищенко В.А., Токатлы В.И., Лукьянов В.И.* Комментарии к метрологическим документам, регламентирующим обработку результатов измерений // Законодательная и прикладная метрология. – 2006. – № 4. – С. 7–12.
10. МИ 1552–86. Методические указания ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений.
11. Р 50.2.038-2004. ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей и неопределенности результата измерений.
12. МИ 2083–90. ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей.
13. ГОСТ 8.207-76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения.
14. *Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф.* Качество измерений. – Л.: Лениздат, 1987. – 295 с.
15. МИ 2091–90. ГСИ. Измерения физических величин. Общие требования.

16. Р 50.2.004–2000. ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения.
17. ВК–94: Вопросы кибернетики // Статистические методы в теории обеспечения эксплуатации / под ред. С.Ф. Левина. – М.: АН СССР, 1982. – 152 с.
18. *Колмогоров А.Н.* Реальный смысл результатов анализа // Труды 2-го Всесоюзного совещания по математической статистике. – Ташкент, 1949. – С. 240–268.
19. Руководство по выражению неопределенности измерения / пер. с англ.; науч. ред. В.А. Слаев. – СПб: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999. – 134 с.
20. РМГ 43-2001. ГСИ. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений».
21. РМГ 91–2009. ГСИ. Совместное использование понятий «погрешность измерений» и «неопределенность измерения». Общие принципы.
22. ОКРМ 104:2009. Введение к «Руководству по выражению неопределенности измерения» и сопутствующим документам – Оценивание данных измерений.
23. МИ 3281–2010. ГСИ. Оценка результатов измерений. Пояснения к «Руководству по выражению неопределенности измерений».
24. Приложение 1 к «Руководству по выражению неопределенности измерения»: Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло. – СПб: Профессионал, 2010. – 162 с.
25. *Чуйко В.Г.* О влиянии новых терминов на работу практикующего метролога // Измерительная техника. – 2004. – № 1. – С. 20–23.
26. *Кокс М., Харрис П.* Основные положения Приложения 1 к Руководству по выражению неопределенности в измерении // Измерительная техника. – 2005. – № 4. – С. 17–24.
27. *Левин С.Ф.* Неопределенность в узком и широком смысле результатов поверки средств измерений // Измерительная техника. – 2007. – № 9. – С. 15–19.
28. *Левин С.Ф.* Проблема доверительной вероятности // Измерительная техника. – 2008. – № 9. – С. 33–39.
29. *Левин С.Ф.* Нерешенные проблемы неопределенности // Главный метролог. – 2009. – № 4. – С. 13–24.
30. *Левин С.Ф.* Нерешенные проблемы «Руководства по выражению неопределенности измерения» // Метрология. – 2009. – № 6. – С. 3–21.
31. *Левин С.Ф.* Неопределенность как параметр распределения вероятностей: Прикладная нормативно-математическая точка зрения // Главный метролог. – 2010. – № 5. – С. 10–20.
32. *Рабинович С. Г.* О необходимости создания новых рекомендаций по оцениванию погрешностей и неопределенностей измерений // Системы обработки информации (Украина, Харьков). – 2010. – № 4(85). – С. 23–26.
33. *Левин С.Ф.* Нужны ли «Пояснения по оценке результатов измерений» к «Руководству по выражению неопределенности измерения»? // Советник метролога. – 2011. – № 1. – С. 49–56.
34. *Чуйко В. Г.* Поверочная схема как инструмент контроля прослеживаемости измерений // Математическая, статистическая и компьютерная поддержка качества измерений: Материалы международного научно-технического семинара. – СПб: КООМЕТ, ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2006. – С. 84–87.
35. ГОСТ Р 8.624–2006. ГСИ. Термометры сопротивления из платины, меди и никеля. Методика поверки.
36. ГОСТ Р ИСО 10576-1–2006. Статистические методы. Руководство по оценке соответствия установленным требованиям. – Ч. 1: Общие принципы.
37. Философский словарь. – 5-е изд. / Под ред. И.Т. Фролова. – М.: Политиздат, 1987. – 590 с.

38. Международный словарь по метрологии: Основные и общие понятия и соответствующие термины. – СПб: Профессионал, 2009. – 82 с.
39. ГОСТ Р ИСО 5725–2002 Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений.
40. *Левин С.Ф.* Теория погрешностей: старая парадигма и «новые» альтернативы // Метрология. – 2007. – № 6. – С. 3–18.
41. ГОСТ Р ИСО/МЭК 17025-2009 Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий.
42. ГОСТ Р 8.563–2009. ГСИ. Методы и методики измерений.
43. МИ 2916–2005. ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач.
44. ГОСТ 8.061–80 ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение.
45. ГОСТ Р 50779.21-2004 (ISO 2854:1976) Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. – Ч. 1: Нормальное распределение.
46. ГОСТ Р ИСО 16269-6–2005 Статистические методы. Статистическое представление данных. Определение статистических толерантных интервалов.
47. ГОСТ Р ИСО 16269-8–2005 Статистические методы. Статистическое представление данных. Определение предикционных интервалов.
48. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). Sec. Ed. – Geneva: BIMP, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1995.
49. ГОСТ Р 50779.10–2000 (ИСО 3534.1–93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики.
50. ГОСТ Р 50779.11–2000 (ИСО 3534.2–93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения.
51. МИ 2222–92. ГСИ. Виды измерений. Классификация.
52. *Левин С.Ф.* Теоретические основы метрологии. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1995. – 64 с.
53. *Левин С.Ф.* Основы метрологического обеспечения решения измерительных задач. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1996. – 50 с.
54. *Левин С.Ф.* Математическая теория измерительных задач // Контрольно-измерительные приборы и системы. – Ч. 1–10. – 1999–2006. – 47 с.
55. ГОСТ Р 8.624–2006. ГСИ. Термометры сопротивления из платины, меди и никеля. Методика поверки.
56. МИ 187-86 ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и параметры методик поверки.
57. РД 50–453–84 Методические указания. Характеристики погрешности средств измерений в реальных условиях эксплуатации. Методы расчета.
58. ГОСТ Р ИСО 5479-2002. Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения.
59. *Левин С.Ф.* Идентификация распределений вероятностей // Измерительная техника. – 2005. – № 2. – С. 3–9.
60. *Левин С.Ф., Сулейман И.А.* Автоматизация обработки данных многократных измерений по программе «ММИ–поверка 2.0» // Системы обработки информации (Украина, Харьков). – 2011. – № 1(91). – С. 38–42.
61. *Линник Ю.В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТГИЗ, 1962. – 352 с.
62. *Пуарье Д.* Эконометрия структурных изменений. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 183 с.
63. МИ 1967-89. ГСИ. Выбор методов и средств измерений при разработке методик выполнения измерений. Общие положения.

64. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1968. – 720 с.
65. *Quenouille M.H.* Approximate tests of correlation in time-series // Journal Royal Statistical Society. Ser. B. – V. 11. – P. 68–84.
66. *Ивахненко А.Г.* Метод группового учёта аргументов – конкурент метода стохастической аппроксимации // Автоматика. – 1968. – № 3. – С. 58–72.
67. *Мостеллер Ф., Тьюки Дж.* Анализ данных и регрессия. – Вып. 1, 2. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 317, 239 с.
68. *Левин С.Ф., Блинов А.П.* Научно-методическое обеспечение гарантированности решения метрологических задач вероятностно-статистическими методами // Измерительная техника. – 1988. – № 12. – С. 5–8.
69. *Эльясберг П.Я.* Измерительная информация: сколько её нужно? как её обрабатывать? – М.: Наука, 1983. – 400 с.
70. *Хампель Ф. и др.* Робастность в статистике: подход на основе функций влияиния. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
71. *Брагинский В.Б., Панов В.И.* Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс // ЖЭТФ. – 1971. – Т. 61. – С. 875.
72. *Левин С.Ф.* Шкала космологических расстояний на основе интерполяционной модели красного смещения // Измерительная техника. – 2012. – № 6. – С. 12–14.
73. *Ленг К.* Астрофизические формулы. – Ч. 2. – М.: Мир, 1978. – 384 с.
74. *Riess A.G. et al.* A re determination of the Hubble constant with the Hubble space telescope from a differential distance ladder // arXiv:0905.0695v1[astro-ph.CO] 5.5.2009.
75. *Sahni V., Shafieloo A., Starobinsky A.* Is cosmic acceleration slowing down? // arXiv:0903.5141v4 [astro-ph.CO] 8.10.2009.
76. *Фёрстер Э., Ренц Б.* Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 304 с.
77. *Левин С.Ф.* Измерительные задачи статистической идентификации шкалы космологических расстояний // Измерительная техника. – 2011. – № 12. – С. 17–22.
78. *Freedman W.L. et al.* Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant // Astrophysical Journal. – 2001. – V. 553. – P. 47–72.
79. Альберт Эйнштейн и теория гравитации: сб. статей. – М.: Мир, 1979. – 592 с.
80. *Левин С.Ф.* Анизотропия красного смещения // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2011. – № 1(15). – Т. 8. – С. 147–178.
81. *Левин С.Ф.* Идентификация интерпретирующих моделей в теории гравитации и космологии // Physical Interpretations of relativity Theory / Proc. of International Scientific Meeting PIRT-2003. Moscow, 30 June – 03 July, 2003. – Moscow, Liverpool, Sunderland: BMSTU, 2003. – P. 72–81.
82. *Макаров Д.И.* Движения галактик на малых и больших масштабах: дис. … канд. физ.-мат. наук. – Нижний Архыз: САО РАН, 2000.
83. *Spergel D. et al.* 1-year WMAP observations: Determination of cosmological parameters // arXiv:astro-ph/0302209v3 (Accepted by Astrophysical Journal 17.6.2003).
84. *Chiang L.-Y. et al.* Non-Gaussianity of the Derived Maps from the First-Year WMAP Data // Astrophysical Journal. – 2003. – V. 590. – P. 65–68.
85. *Сажин М.В.* Анизотропия и поляризация реликтового излучения: Последние данные // УФН. – 2004. – Т. 174. – № 2. – С. 197–205.
86. *Larson D. et al.* Seven-year WMAP observation: Power spectra and WMAP–derived parameters // Preprint WMAP 26.01.2010.
87. *Dunkley J. et al.* 5-year WMAP observation: Likelihoods and Parameters from the WMAP data // Astrophysical Journal Supplement Series. – 2009. – V. 180. – P. 306–329.
88. *Komatsu E. et al.* Seven-year WMAP observations: Cosmological interpretation // Submitted to Astrophysical Journal Supplement Series. 16.02.2010.

89. *Bouwens R.J. et al.* A candidate red shift z ≈ 10 galaxy and rapid changes in that population at an age of 500 Myr // Nature. – 2011. – V. 469. – V. 504–507.
90. *Смут Дж.Ф.* Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение // УФН. – 2007. – Т. 177. – № 12. – С. 1294–1317.
91. *Schwarz D.J., Weinhorst B.* (An)isotropy of the Hubble diagram: comparing hemispheres // Astronomy & Astrophysics. – 2007. – V. 474. – P. 717–729.
92. *Левин С.Ф.* Шкала космологических расстояний на основе интерполяционной модели красного смещения // Измерительная техника. – 2012. – № 6. – С. 12–14.
93. *Arp H.C.* Red shifts of high-luminosity stars – the K-effect, the Trumpler effect and mass-loss correction // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1992. – V. 258. – P. 800–810 (Цит. по: Хайдаров К. Температура эфира и красные смещения // Статьи. Наука и техника. [http://n-t.ru/tp/ns/te.html. 19.03.2009]).
94. *Левин С.Ф.* Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте-Карло и закон красного смещения. – М.: НСК АН СССР, 1980. – 56 с.