
ИНФОРМАТИКА И МЕТАФИЗИКА ЯЗЫКА

ТЕОРИЯ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ В ГУМАНИТАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

И.А. Евин

*Московский физико-технический институт
(государственный университет)*

А.А. Кобляков

Московская государственная консерватория

Многие сложные системы можно изучать, рассматривая их как сетевые структуры, образованные взаимодействием элементов этих систем между собой. В статье представлены возможные подходы применения теории сложных сетей при моделировании структуры некоторых литературных, музыкальных и живописных произведений, а также древних мифов. Обсуждается применение теории взаимосвязанных сетей в моделях музыкальных и поэтических произведений.

Ключевые слова: безмасштабные сети, взаимозависимые сети, ассортативность.

Введение

В последние годы сетевая парадигма, использующая физические понятия и методы, стала основным и очень эффективным инструментом изучения реальных сложных систем [1–3]. До этого сетевые структуры изучали в основном математики, специалисты по теории графов, и социологи. Рождением теории графов принято считать 1736 г., когда Леонард Эйлер (1707–1783), живший и работавший тогда в Петербурге, решил известную проблему семи мостов в старом Кенигсберге. Важной вехой в развитии теории графов стала середина прошлого столетия, когда венгерскими математиками Эрдемеш и Реньи была создана теория случайных графов, ставшая основным направлением изучения сетевых структур вплоть до конца двадцатого столетия. Иногда эти сети называют пуассоновскими случайными сетями, поскольку распределение узлов по числу связей в таких сетях подчиняется закону Пуассона. Очень активно сетевые методы использовались в социологии практически с момента зарождения этой научной дисциплины [1]. Здесь

были получены принципиальные результаты и сформулированы важные понятия, востребованные и современной теорией сетей.

Наиболее значительные результаты последних лет в изучении сетевых структур были получены физиками. Оказалось, что методы физики, прежде всего статистической механики, хорошо подходят для изучения проблем в этой области. В отличие от математиков, физики в своих исследованиях опираются на эмпирические данные о реальных сетях, таких как Интернет, сети друзей и знакомых, или биологические метаболические сети. Важным фактором интенсификации изучения сложных сетей в последние годы стал высокий уровень развития алгоритмов и компьютерных программ исследования сетей. В последнее время стали доступны многочисленные базы данных реальных сетевых структур: сетей сотрудничества актеров кино и ученых в различных областях науки, сетей белковых взаимодействий и метаболических реакций в живых клетках, нейронная сеть червя нематода *C. elegans*, а также некоторых технологических сетей, например, сеть примерно пяти тысяч электростанций США. Эти наборы данных позволяют в достаточно полном виде отразить структуру и функции реальных сложных систем.

Для большинства реальных сетей распределение вероятности, что данный узел имеет число связей, равное q , описывается формулой

$$P(q) \propto (q + q_0)^{-\gamma} \exp(q / q_1), \quad (1)$$

где γ – показатель степени (обычно $2 \leq \gamma \leq 3$), q_0 и q_1 – константы, которые отражают соответственно явления насыщения при малых значениях q , и обрезания (cut-off) при больших значениях q . В случае ориентированных сетей распределения вида (1) описывает отдельно числа входных и выходных связей узлов.

Таким образом, во многих реальных сетях небольшое число узлов содержит очень большое число связей (их называют хабы, от англ. hub – накопитель, концентратор), а огромное число узлов содержит лишь несколько связей. Такие сети получили название безмасштабных сетей (scalefree networks). Это название не было придумано специально для этого типа сетей, а было взято из теории критических явлений, где флуктуации в критических состояниях также подчиняются степенному закону, а саму теорию безмасштабных сетей стали рассматривать как один из сценариев выхода сложных систем в критическое состояние. В последнее время такие сети чаще стали называть сложными сетями (complex networks).

В последние годы интенсивно развивается теория взаимозависимых сложных сетей [4; 5]. Технологическую эволюцию можно описать как рост числа таких взаимозависимых сетей. Сети дорог, соединявшие древние поселения, рост городов с их собственными дорожными сетями, возникновение в городах сети водоснабжения и канализации, развитие сетей железных дорог и электростанций, сетей авиационного сообщения, Интернета и т.д. – возникновение каждой из этих связанных между собой сетей является за-

метной вехой в технологическом развитии человечества. Биологическую эволюцию также можно описать как возникновение новых взаимозависимых сетевых структур [6; 7].

На первых этапах развития теории сложных взаимозависимых сетей исследовались возникновение и распространение повреждений в системе двух сетей, например, Интернета и сети электростанций. Повреждения на электростанциях вызывает отключение некоторых узлов сети Интернет, что в свою очередь приводит к продолжению отключения электростанций, управляемых через Интернет. В реальных сетях такого рода каскадные отключения произошли в Италии 28 сентября 2003 г. [4] Недавно появились работы, в которых исследуется взаимодействие уже трех и более сетей. В таких взаимозависимых сетях существует два типа связей: соединительные связи в каждой из сетей и взаимодействующие связи между сетями. Соединительные связи позволяют каждой из сетей выполнять ее собственные функции, в то время как взаимодействующие связи отражают тот факт, что данный узел одной сети существенно зависит от узлов другой сети.

С ростом числа взаимозависимых сетей получаемая общая сетевая структура становится все более неустойчивой и уязвимой. При этом качественно меняется сам характер неустойчивости. Если для одной сети распад гигантской связанной компоненты при повреждении узлов происходит непрерывно по сценарию фазового перехода второго рода, то для сети взаимосвязанных сетей распад происходит уже скачкообразно как при фазовом переходе первого рода, причем величина перколяционного порога уменьшается с ростом числа взаимосвязанных сетей.

Эволюция музыки и взаимозависимые сети

Мелодия легко преобразуется в сетевую структуру, если в качестве узлов такой сети взять музыкальные ноты всех возможных длительностей. Нетрудно подсчитать, что число узлов для одного голоса в такой сети не будет превышать 1800. В самом деле число клавиш у рояля равно 88 и, умножая это число на 20 – число длительностей ноты (половинные, четверти, восьмые и т.д.), получаем 1760. Связи между узлами (нотами) в сети устанавливаются по хронологическому принципу: если нота I начинает звучать в момент времени T, а нота J в этот момент заканчивает свое звучание, то между соответствующими узлами сети имеет место связь, направленная от J к I.

Ли (Xiaofan Liu), Тсе (Chi K. Tse) и Смол (Michael Small) из политехнического университета Гонконга проанализировали статистические свойства ориентированных сетей, построенных по описанному выше принципу, для произведений Баха, Моцарта, Шопена и современных китайских композиторов, работающих в жанре поп-музыки. Все эти сети оказались безмасштабными [8]. Среднее число шагов между узлами в этих сетях варьирует в диапазоне от 2.8 до 4.2. Другие параметры сетей также изменялись довольно значительно для различных произведений. Например, Ноктюрн Ф. Шопена

имеет суммарный показатель степени, равный 1,4. Коэффициент ассортативности этих сетей принимает как положительные, так и отрицательные значения.

Эволюцию музыки, как и многие эволюционные процессы, можно описать как рост числа взаимозависимых сетей. Действительно, музыка развивалась от одногласной мелодической линии древней музыки к возникновению в X в. двухголосного контрапункта, затем к аккорду-трезвучию, и, наконец, сверхмногоголосию XX в. На примере Прелюдии до-мажор Ф. Шопена А.А. Кобляков проанализировал глубокую взаимосвязь мелодической, гармонической и ритмической структур этого музыкального произведения [9]. Каждую из этих структур можно представить в виде сети, а музыкальное произведение – в виде взаимозависимых сетей.

Литература и поэзия как сложные сети

Мазуччи (А. Masucci) и Роджерс (С. Rodgers) построили сеть семантических связей слов в романе Дж. Оруэлла «1984» по мере их появления в тексте [10]. Эта ориентированная сеть содержит 9992 узла (то есть в романе 9992 различных слова) и 117 687 связей, а распределение узлов по числу связей описывается степенным законом $P(q) \propto q^{-1,9}$. Коэффициент Пирсона этой сети (показатель ассортативности) не вычислялся.

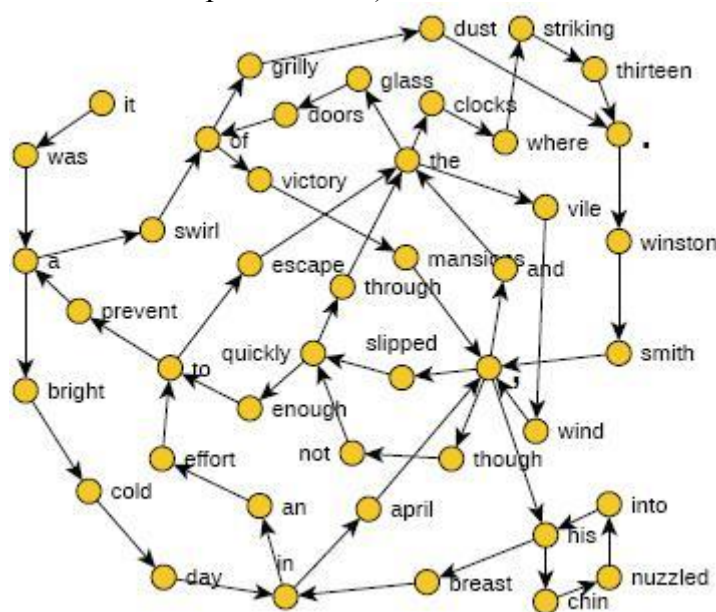


Рис. 1. Ориентированная сеть первых шестидесяти слов романа Дж. Оруэлла «1984».

Адаптировано из [10]

Аналогичным образом можно построить сетевую структуру поэтического текста: в качестве узлов брать отдельные слова этого текста, включая предлоги и местоимения, а два узла соединяются направленной связью от соответствующего слова в тексте к следующему за ним в данном тексте сло-

ву. Такой метод ничем не отличается от используемого при анализе прозы [10], а получаемая этим методом сеть поэтического текста аналогична сети его дословного перевода на иностранный язык. Мы планируем провести исследование поэтического ритма, используя идеологию взаимозависимых сложных сетей. Принимая во внимание результаты изучения сетевой структуры музыкального ритма, можно исследовать взаимосвязь сетей поэтического текста и музыкальной партитуры, что позволит лучше понять природу песенного творчества и оперного искусства.

Сети персонажей произведений литературы

Сложные сети принято разделять на технологические (Интернет, WWW, сети электростанций), социальные (сети друзей и знакомых, сети сотрудничества) и биологические (экологические, функциональные сети мозга, сети белковых взаимодействий, метаболические сети) [11]. При этом технологические и биологические сети отличаются от социальных сетей характером корреляции узлов, который получил название «ассортативность».

Термин «ассортативное спаривание» (assortative mating), то есть подбор подобного к подобному, возник в биологических исследованиях, когда при селекции подбираются параметры и признаки для спаривания. Количественно понятие ассортативности описывается коэффициентом Пирсона:

$$r = \frac{L \sum_{i=1}^L j_i k_i - \left[\sum_{i=1}^L j_i \right]^2}{L \sum_{i=1}^L j_i^2 - \left[\sum_{i=1}^L j_i \right]^2}. \quad (2)$$

В формуле (2) L – число связей в сети, а j_i и k_i – число связей у узлов на обоих концах связи i . Если узлы с большим количеством связей (хабы) связаны друг с другом, то $r \approx 1$. Если узлы с большим количеством связей связаны с узлами с малым количеством связей, то $r \approx -1$. Для технологических и биологических сетей свойственна отрицательная ассортативность [11].

П. Гляйзер из Аргентины (Pablo Gleiser) [12] исследовал сетевую структуру героев комиксов, в которой два узла (два персонажа) связаны между собой, если они появляются и взаимодействуют друг с другом в одной книге комиксов. Эта сеть формируется из 6486 узлов-персонажей книг комиксов. Распределение узлов по числу связей в этой сети описывается формулой $P(q) \propto q^{-0,7158} 10^{q/c}$. Поскольку показатель степени в этом распределении намного меньше 2, основные свойства сети определяются всего несколькими персонажами – супер-героями комиксов, такими как «Капитан Америка» и «Человек-Паук». В полученной сети коэффициент ассортативности оказался отрицательным, что указывает на то, что сеть героев комиксов не является социальной.

Персонажи литературных романов также образуют сети друзей и знакомых, и мы решили выяснить, являются ли соответствующие структуры социальными сетями. В табл. 1 представлены данные по числу персонажей и показателю ассортативности пяти известных литературных произведений [13]. Как мы видим, ни одну из сетевых структур взаимосвязи персонажей этих произведений по характеру корреляции узлов нельзя отнести к социальным сетям.

Таблица 1

**Сравнительные характеристики сетевых структур персонажей
некоторых произведений мировой литературы**

(данные по сетевым структурам персонажей получены из [14])

Автор и название литературного произведения	Число персонажей	Ассортативность r
Л.Н. Толстой «Анна Каренина»	138	-0,307
М. Твен «Геккельбери Финн»	74	-0,132
Ч. Диккенс «Дэвид Коперфильд»	87	-0,236
В. Гюго «Отверженные»	80	-0,165

Была исследована модулярная структура межличностных связей основных персонажей романа Виктора Гюго «Отверженные». Оказалось, что некоторые герои произведения принадлежат одновременно различным сообществам и проведена количественная оценка вовлеченности персонажей в сообщество других героев романа. Например, Жан Вальжан на 15% принадлежит сообществу Тенардьё, на 7% сообществу Мирей, на 6% – сообществу Фантина и т.д. (рис. 2) [15].

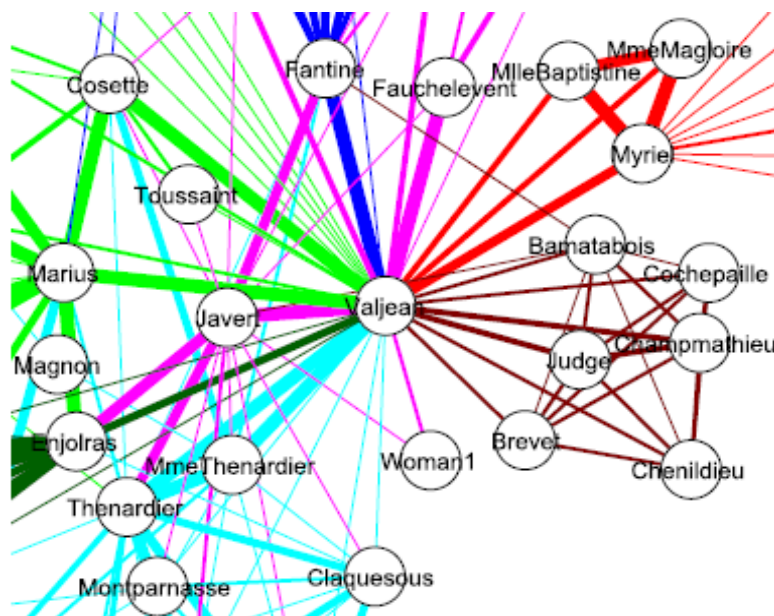


Рис. 2. Фрагмент сети персонажей романа В. Гюго «Отверженные», в которой показаны связи основного героя Жана Вальжана

Мак Каррон (Padraig Mac Carron) и Кена (Ralph Kenna) проанализировали некоторые статистические свойства сетевых структур персонажей англосаксонской эпической поэмы XI в. «Беовульф» (Beowulf), ирландского эпоса VIII в. «Тейн Бо Куальнг» (Tain Bo Cuailnge), а также «Илиады» Гомера. Результаты по ассортативности даны в табл. 2.

Таблица 2

Ассортативность сети персонажей некоторых произведений древней мифологии [16]

Название мифологического произведения	Число персонажей	Ассортативность r
«Илиада»	561	-0,117
«Беовульф»	74	-0,100
«Тейн»	404	-0,330

Взаимодействие персонажей Нового Завета в определенной степени отражает реальные исторические события, и по этой причине можно было бы ожидать, что соответствующие социальные взаимодействия формируют сеть с положительной ассортативностью. Однако проведенные нами расчеты ассортативности сети взаимоотношений Иисуса с другими персонажами Нового Завета дают значение $-0,133$, что также означает, что эта сеть не является социальной, то есть закон ее формирования не соответствует принципу «подобное стремится к подобному» (рис. 3).

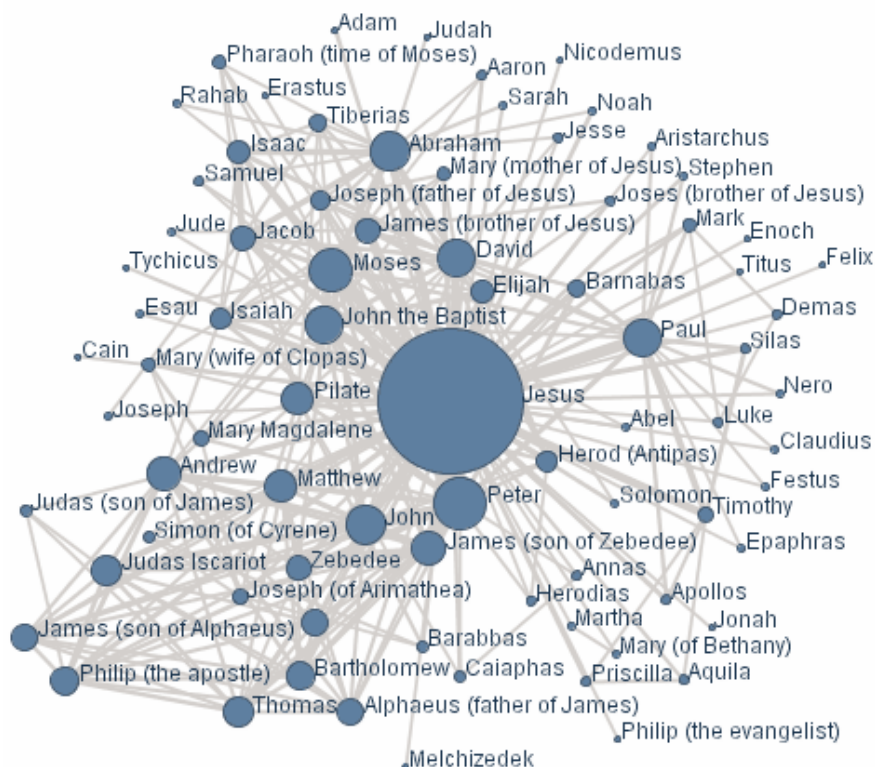


Рис. 3. Сетевая структура взаимоотношений персонажей Нового Завета имеет отрицательный коэффициент корреляции между узлами, равный $-0,133$ и, следовательно, не является социальной

На протяжении трех тысяч лет писатели, поэты, художники, композиторы используют в своем творчестве мифологические образы Древней Греции. Возможно, и сейчас эти сюжеты и образы формируют нас в большей степени, чем современная литература.

На основе словаря классической греческой мифологии Гранта и Хазеля [17] была сконструирована ориентированная сеть межличностных связей героев древнегреческих мифов [18]. В этой сети каждому узлу соответствует определенный персонаж, а узлы А и В соединены связью, если при описании персонажа А появляется персонаж В, и наоборот. Сети персонажей литературных произведений, сеть персонажей Нового Завета, а также сеть героев древнегреческих мифов являются когнитивными и хранятся в памяти миллионов людей.

В полученной сети 1647 узлов, которым соответствуют боги, нимфы, чудовища, сирены, простые смертные. Эта сеть оказалась безмасштабной с суммарным показателем степени $\gamma = 2,63$. Наибольшее число связей оказалось у Зевса – 243, и у Геракла – 230. К сожалению, авторы этой работы не вычисляли показатель ассортативности сети героев греческой мифологии, а также недостаточно полна изучена ее модулярная структура.

Д. Стиллер (James Stiller), Д. Неттл (Daniel Nettle) и Р. Данбар (Robin Dunbar) исследовали структуры взаимодействия персонажей в десяти наиболее популярных пьесах В. Шекспира. Каждый персонаж пьесы является узлом соответствующей сети. Два узла такой сети связаны между собой, если соответствующие персонажи хотя бы раз одновременно появлялись на сцене [19].

Обычно общее число персонажей в пьесах Шекспира варьирует в пределах 30–40, что сравнимо с размерами древних охотничьих сообществ и числом социальных контактов человека в современном обществе. Возможно, эта величина соответствует тем пределам когнитивных способностей человека, за которыми уже становится затруднительным отслеживание всех возможных изменений в структуре социальных контактов.

Кубизм и сложные сети

В статье [20] показано, что при случайном разбиении плоскости на непересекающиеся смежные блоки, можно построить безмасштабную сеть, в которой узлами будут сами блоки а связями – общая граница между блоками. В живописи кубистов (Пикассо, Брак, Мондриан и др.) такими блоками чаще всего являются треугольники, квадраты и прямоугольники, но можно найти и другие геометрические и негеометрические формы.

На рис. 4 представлена картина П. Пикассо «Портрет» и ее сетевая модель.

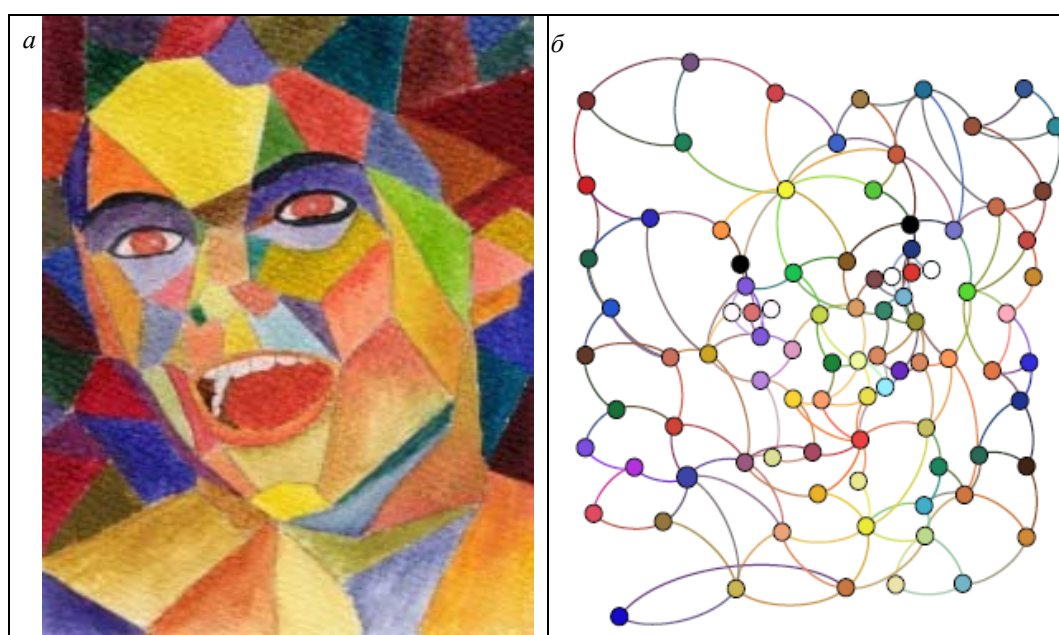


Рис. 4. Портрет П. Пикассо (а) и его сетевая структура (б)

Закон распределения узлов по числу связей для этой сети можно записать в виде: $P \propto q^{-2,43}$.

Аналогичным образом нами были исследованы некоторые картины Пита Мондриана и Казимира Малевича (рис. 5) [21].

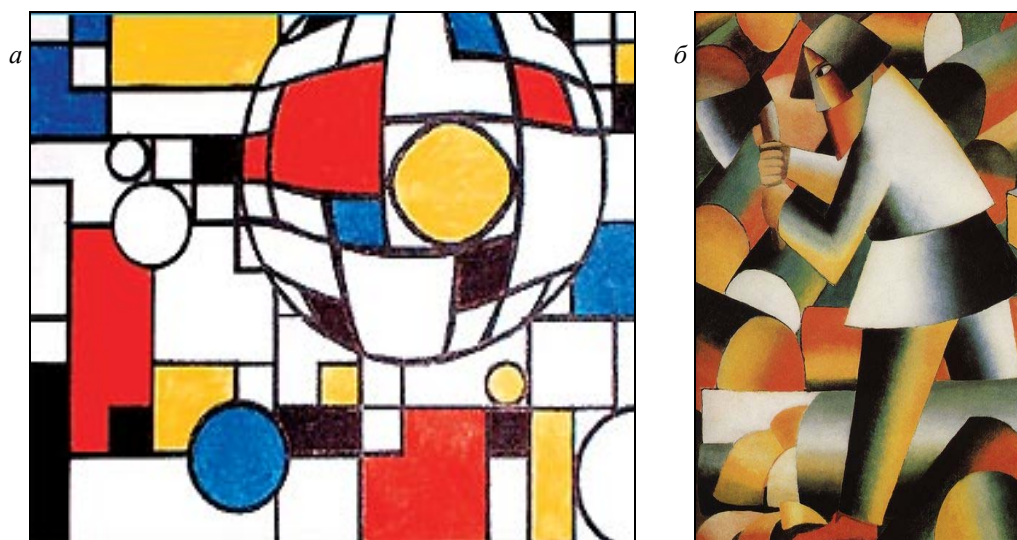
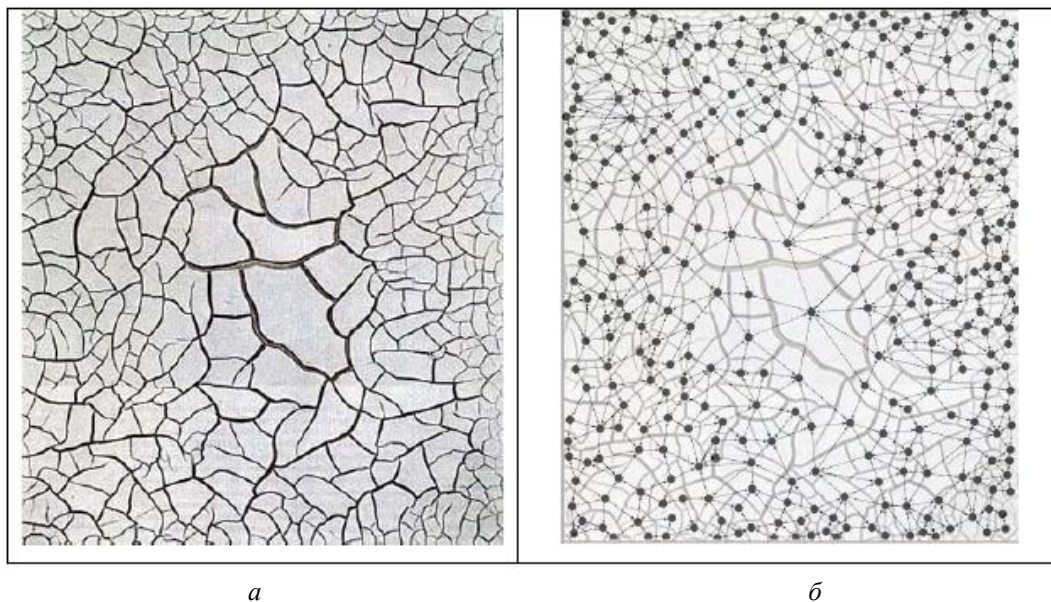


Рис. 5. Пит Мондриан. Композиция (а). Казимир Малевич. Дровосек (б)

Эту идею можно проиллюстрировать с помощью рис. 6а, на котором изображена картина итальянского художника Альберто Бурри (1915–1995) (Alberto Burri) *Cretto G1*. Структуру этой картины можно в первом приближении взять в качестве модели разбиения некоторого фрагмента живописно-

го произведения (или всего произведения в целом) на области определенного цвета.



**Рис. 6. Картина итальянского художника Альберто Бурри Cretto G1 (а),
сетевая модель этой картины (б)**

Расчеты показывают, что распределение узлов по степеням этой картины также подчиняется закону с показателем степени равным 4.25.

Заключение

Более чем десятилетний опыт исследования гуманитарных, технологических и биологических сложных систем методами теории сложных сетей показывает, что получаемые результаты зачастую оказываются более полными и содержательными, чем при использовании многих других традиционных подходов, поскольку свойства сети дают информацию о всей соответствующей сложной системе в целом. При этом, однако, всегда следует иметь в виду, что само представление сложной системы в виде сетевой структуры есть неизбежная дань традиционной парадигме редукционизма. Только разумное сочетание этих двух подходов может выдвинуть изучение сложных процессов в экономике, политике, культуре и т.д. на качественно новый уровень.

Авторы выражают искреннюю признательность Н.Д. Шувалову, Т.Ф. Хабибуллину, И.О. Васюкову и С.Э. Апенковой за помощь в расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Caldarelli G.* Scale-Free Networks. Complex Webs in Nature and Technology. – Cambridge: Cambridge University Press. – 2007. – 287 p.
2. *Евин И.А.* Феномен «тесного мира» в искусстве и культуре // Вопросы культурологии. – 2009. – № 3. – С. 75–78.
3. *Евин И.А.* Введение в теорию сложных сетей // Компьютерные исследования и моделирование. – 2010. – Т. 2. – № 2. – С. 121–141.
4. *Buldyrev S.R., Parshani G., Paul H. Stanley, Sh. Havlin.* Catastrophic cascade of failures in interdependent networks // Nature. – 2010. – 464. – 15. – P. 1025–1028.
5. *Gao J., Buldyrev S., Stanley E., Havlin Sh.* Networks formed from interdependent networks // Nature Physics. – 2012. – V. 8. – P. 365–370.
6. *Терехин А.Т., Будилова Е.В., Карпенко М.П., Качалова Л.М., Чмыхова Е.В.* Функция Ляпунова как инструмент исследования когнитивных и регуляторных процессов организма // Компьютерные исследования и моделирование. – 2009. – № 4. – С. 449–456.
7. *Oltvai Z.N., Barabasi A.-L.* Life's complexity pyramid // Science. – 2002. – 298. – P. 763–764.
8. *Liu X., Tse C., Small M.* Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music // Physica A. – 2010. – 389. – С. 126–132.
9. *Кобляков А.А.* Дискретное и непрерывное в музыке с точки зрения проблемно-смыслового подхода // Нелинейный мир науки, образования, культуры: сборник научных трудов. – Москва-Астрахань, 2003. – С. 213–223.
10. *Masucci A.P., Rodgers G.J.* Network properties of written human language // Physical Review E 74. – 2006. – 026102.
11. *Newman M.E.J.* Mixing patterns in networks // Physical Review. E. 67. – 2003. – 026126, arXiv:cond-mat/0209450.
12. *Gleiser P.M.* Preprint // URL: <http://arxiv.org/abs/0708.2410> (2007).
13. *Евин И.А., Хабибуллин Т.Ф.* Социальные сети // Компьютерные исследования и моделирование. – 2012. – Т. 3. – № 2 (в печати).
14. *Knuth D.E.* The Stanford Graph Base: A Platform for Combinatorial Computing. – Addison-Wesley, Reading, MA, 1993.
15. *Evans T.S., Lambiotte R.* Line Graphs of Weighted Networks for Overlapping Communities. Preprint. URL: <http://arxiv.org/abs/0912.4389> (2010).
16. *Mac Carron P., Kenna R.* Universal properties of mythological networks. Preprint. URL: <http://arxiv.org/abs/1205.4324> (2012).
17. *Grant M., Hazel Z.* Gods and Mortals in Classical Mythology: A Dictionary. – Dorset Press, 1985.
18. *Yeon-Mu Choi, Hyun-Joo Kim.* A directed network of Greek and Roman mythology // Physica A. – 2007. – 382. – P. 665–671.
19. *Stiller J., Nettle D., Dunbar R.* The Small World of Shakespeare's Plays // Human Nature. – 2003. – 14. – № 4. – P. 379–408.
20. *Hassan M.K., Hassan M.Z., Pavel N.I.* Scale-free network topology and multifractality in a weighted planar stochastic lattice // New Journal of Physics. – 2010. – 12. – 093045.
21. *Евин И.А., Кобляков А.А., Савриков Д.В., Шувалов Н.Д.* Когнитивные сети // Компьютерные исследования и моделирование. – 2011. – Т. 3. – № 3. – С. 231–239.