

ТРАНСЦЕНДЕНЦИЯ

«НАУЧНАЯ ИКОНА» БОЖЕСТВА: АКТУАЛЬНАЯ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

В.Н. Катасонов

Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет

В статье обсуждается историческая «пуповина», связывающая проблему актуальной бесконечности в науке и философии с христианским богословием. На фоне отрицательного, в основном, отношения античной философии к актуальной бесконечности в особенности видна роль христианского богословия в легализации этого понятия в науке. От (Псевдо) Дионисия Ареопагита, через восточных отцов Церкви, западную схоластику, кардинала Николая из Кузы тянется традиция попыток положительного осмысления понятия бесконечного. В дифференциальном и интегральном исчислении в XVII столетии эта традиция находит свое научное воплощение. Попытки философского обоснования этого исчисления естественно приводят к фундаментальным проблемам *архитектонических принципов* творения и свободы. Парадоксы и тупики канторовской теории множеств, на новом уровне рассмотрения, заставляли самого создателя этой теории сокрушать те границы, которые он изначально пытался возвести между наукой и философией, с одной стороны, и богословием с другой.

Ключевые слова: бесконечность в философии, бесконечность в науке, бесконечность в богословии, бесконечно малые и бесконечно большие, свобода, рациональное и иррациональное, теория множеств, границы науки, наука и религия.

Актуально бесконечное *положительно* входит в европейскую культуру вместе с приходом христианства. Хотя отдельные античные мыслители и признавали возможность существования актуальной бесконечности (*анейрон* у Анаксимандра, бесконечное количество атомов у Левкиппа и Демокрита), тем не менее господствующее отношение древности к бесконечности отрицательное¹. Античная мысль рассматривает бесконечное в основном как неоформленное, как становящееся, то есть как потенциальную бесконечность. Для Аристотеля бесконечность существует только как возможность бесконечного изменения: *возрастания* (ряда натуральных чисел) или *уменьшения* (при безграничном делении отрезка). Актуально бесконечного нет ни в космосе, ни в уме. «Беспредельное множество отдельных вещей и

¹ «В сущности, бесконечное, — пишет П.П. Гайденоко, — у большинства греческих мыслителей отождествляется с древним, идущим от античной мифологии хаосом, которому противостоит космос — оформленное и упорядоченное целое, причастное пределу» [1. С. 8].

[свойств], содержащихся в них, – пишет Платон, – неизбежно делает также беспредельной и бессмысленной твою мысль, вследствие чего ты никогда ни в чём не обращаешь внимания ни на какое число» [2]. Интересно, что античная математика, испытавшая глубокое влияние традиции античного платонизма, мыслит свои «прямые» и «плоскости» всегда как *конечные*, хотя и сколь угодно большие. В христианских же университетах Европы уже с XIII–IV вв. начинают обсуждать построения с бесконечными геометрическими объектами, а в XVII в. Ж. Дезарг изобретает *проективную геометрию*, которая специально рассматривает бесконечно удаленные точки, прямые и плоскости. Конечно, в неоплатонизме, в особенности у Прокла, уже развернуты достаточно богатые спекуляции об актуальной бесконечности [3]. Но она ещё недостаточно «легализована» в науке. Не хватало, как бы, актуально бесконечного объекта, по поводу которого можно было бы строить спекуляции. С приходом христианства этот бесконечный «объект» осознается. Изменение отношения к бесконечности было существенно обусловлено христианским миропониманием. Осознанию этой связи, этой никогда не обрывавшейся историко-культурной «пуповины», соединяющей концепцию актуальной бесконечности и христианское богословие, и посвящена эта статья.

1. Бесконечность и христианская теология

Бог христианства, пришедший в Европу из библейской культуры, существенно бесконечен. «Велий Господь и хвален зело, и величию Его нет конца», – восклицает Псалмопевец (Пс. 144:3). Бог бесконечен, одновременно, и как бесконечная творческая мощь, и как бесконечное познание: «Велий Господь наш и велия крепость Его, и разума Его нет числа» (Пс. 146:5). Обсуждение различных аспектов бесконечности Бога с самого возникновения христианского богословия становится одной из главных его тем. Любопытно, что понимание Бога как актуально бесконечного утверждается не сразу. У *Оригена* ещё сильнейшая зависимость от основных постулатов античной мысли: если бы Бог был бесконечным, то Он не смог бы мыслить Самого Себя, так как актуально бесконечное немислимо [4]. Но уже *Августин* в своём сочинении «О Граде Божием» спорит с последователями античного финитизма, утверждавшими, что бесконечное, непознаваемое само по себе, непознаваемо и для Бога. В частности, Бог-де не знает всех чисел. Епископ Гиппонский ссылается в своей аргументации именно на библейское понимание Бога: «...Мы не должны сомневаться в том, что Ему известно всякое число. *Разума Его*, поется в псалме, *нет числа* (Пс. 146:5). Поэтому бесконечность числа, хотя бы и не было числа бесконечным числом, не может быть необъемлемою для Того, у Кого нет числа разуму. Все, что объемлется знанием, ограничивается сознанием познающего; так же точно и всякая бесконечность бывает некоторым неизреченным образом ограниченной в Боге, потому что не необъятна для Его ведения» [5. С. 269]. Таинственный автор «Ареопагитик» (III–VI века) в своей работе «О божественных именах» непо-

средственно касается темы бесконечности Бога, обсуждая Божье *могущество*. Бог бесконечно могуществен, прежде всего, потому что является источником всякого могущества в сотворенном мире. Однако этим могущество Бога не исчерпывается. Бог бесконечен, как могущий сотворить «бесконечное множество и других форм проявлений могущества...» [6. С. 73]. Очень интересно то, что с самого начала в христианском богословии появляется тема *различных степеней* бесконечности. Бог, согласно автору «Ареопагитик», превосходит все эти степени: «...если бы Он по своей беспредельной (благодати) сотворил нечто, обладающее беспредельным могуществом, то даже это порождение Его творческой мощи никогда не могло бы осилить Его сверхбеспредельное могущество» [Там же].

Бесконечность Бога подробнейшим образом обсуждает *Фома Аквинский* в своей «Сумме против язычников». С самого начала он подчёркивает, что говорить о бесконечности Бога можно только как о бесконечности величия, а не величины, так как Бог бестелесен. Величие понимается в смысле творческой мощи, но эта последняя сама зависит от полноты *божественной природы*. То есть вполне в духе аристотелевских канонов Фома подчёркивает, что потенциальная мощь Божества зависит от актуальной полноты Его природы. Эту полноту божественной природы основатель томизма показывает в разных аспектах. Бог не является существом какого-либо рода, поэтому ограничения, связанные с принадлежностью к роду, не применимы к Нему. «Его совершенство включает в себе совершенства всех других родов... Следовательно, Он бесконечен» [7. С. 207]. Актуальное бытие тем совершенней, чем меньше в нём потенциальности, подчёркивает Фома. Так, любая конечная вещь представляет собой смесь актуальности и потенциальности: она состоит из формы и материи, она может быть «лучше» и т.д. Но к Богу все это неприменимо. Бог есть чистый акт без всякой потенции и поэтому Он бесконечен.

Для доказательства бесконечности Бога Фома применяет также аргумент, который в дальнейшем не раз будет использоваться в истории философии (например, у Декарта). Наш ум может мыслить большее любого заданного конечного. Но в то же время мы не можем мыслить ничего больше Бога. Следовательно, мы мыслим Бога как бесконечного. Однако наше мышление – от Бога, так как Бог первопричина всего. А действие не может превосходить свою причину, следовательно, Бог и реально бесконечен.

Бог бесконечен, согласно Фоме, независимо от того, существует ли мир вечно или же лишь конечное время (будучи созданным Богом). Разбирая эти возможности, Фома отдаёт должное дискуссиям своего времени, возникшим в связи с распространением учения Аверроэса. Пусть мир и совечен Богу, но так как причиной движения мира является всё-таки Бог, то Его действующая сила не ограничена. То есть «сущность Бога бесконечна», – делает вывод Фома [Там же. С. 211]. Если же мир был сотворен Богом некоторое конечное время назад, то тогда, опять, творческая божественная сила должна быть бесконечной. Ведь мера творческой силы есть степень «пассивной

потенции», которую она преодолевает. В творении же из ничего Бог преодолевает бесконечную пассивность «ничтожества» и поэтому Его сила бесконечна [Там же].

Фома старается найти положительные ответы на вопрос, который поднимал ещё Августин: «Может ли Бог мыслить бесконечное?» Будучи причиной всех вещей и зная Самого Себя, Бог знает бесконечно, если сотворенных вещей бесконечное количество. Если же их конечное число, то все равно Бог знает все бесконечное множество всех возможных вещей, которые Он может сотворить своей бесконечной мощью.

Фома, так же как и Дионисий Ареопагит, рассматривает возможность существования различных «степеней» бесконечности. «Допустим, что сущих бесконечно [много], неважно, будут ли они принадлежать к одному виду, как бесконечно [множество] людей, или их будет бесконечно [много] видов. [Допустим, их бесконечно много видов], и некоторые или даже все виды бесконечны по числу, если бы такое было возможно. Все равно в своей целокупности [эта бесконечность] была бы менее бесконечной, чем Бог. Потому что каждое из этих сущих и все они вместе имели бы бытие, полученное [от кого-то другого] и ограниченное каким-либо видом или родом. Таким образом, они были бы конечны, по крайней мере, в каком-то одном отношении. Тем самым они уступали бы в бесконечности Богу, который просто [то есть абсолютно] бесконечен...» [7. С. 307]. И все эти бесконечности, заключенные в Боге, познаны Им, поскольку «Бог в совершенстве знает самого себя» [Там же].

Следующий аргумент также нередко будет «всплывать» в истории философии: Бог знает актуально бесконечное потому, что Он знает потенциально бесконечное. Последнее верно в силу того, что потенциально бесконечное известно и человеку, а Божественный ум не может быть слабее человеческого. Божественное познание не может остановиться на познании потенциально бесконечного, так как в противном случае, само это познание было бы потенциальным, а в Боге, как чистом акте, нет никакой потенции. Отсюда следует, что и сам «характер» божественного познания бесконечности отличается от человеческого. Человек познает (потенциально) бесконечное *дискурсивно*, переходя от одного члена ряда к другому. Бог же познает бесконечное *просто*, имея в своём познании все члены бесконечного ряда разом. «...Для Божьего ума между познанием бесконечных и конечных нет разницы» [Там же. С. 309].

Важно подчеркнуть, что согласно Аквинату, в сотворенном мире нет актуально бесконечного. Оно существует только в уме Бога: «...Актуально бесконечного нет, не было и не будет. Согласно католической вере, становление не бесконечно ни с какой стороны. Бог знает бесконечное «знанием простого ума». В самом деле: Бог знает бесконечное [множество вещей], которых нет, не было и не будет, но которые существуют в потенции твари. И, кроме того, Он знает бесконечное [множество вещей], которых нет, не было и не будет, но которые существуют в его потенции» [Там же. С. 311].

Кардинал *Николай из Кузы* интересен для нашей темы тем, что он *систематически* начинает использовать математический символизм для нужд богословия. Конечно, такое использование было известно и задолго до Кузанца. Но последний начинает строить с помощью него своеобразное *спекулятивное богословие*, твердо уповая на соответствие между математическими конструкциями и теологическими положениями... С другой стороны, и для математики (обычно, геометрии), в которую вводились преобразования немислимые в классической геометрии Евклида, через соотнесение с богословием возникало как бы дополнительное оправдание... Бог, божественная Истина – (актуально) бесконечны. Но всякое познание есть некоторое «сравнивающее соразмерение», подчёркивает кардинал Николай. «По этой причине бесконечное, как таковое, ускользая от всякой соразмерности, остаётся неизвестным» [8. С. 50]. Для религиозной философии Кузанца бесконечное есть ключевая категория. Бог для него есть *Абсолютный максимум*, «...то, больше чего ничего не может быть» [8. С. 51]. Абсолютный максимум совпадает с *абсолютным минимумом*, поскольку первому ничто не противоположно. Как мыслить это *coincidentia oppositorum*? Кардинал Николай предлагает использовать математические фигуры. Однако последние конечны и сами по себе не могут символизировать высшую реальность. Поэтому нужно специальным образом подойти к геометрическим фигурам, ввести новые методы их преобразований, характерно порывающие с традицией Евклидовой геометрии. «Если мы хотим воспользоваться конечным как примером для восхождения к максимуму просто, то надо, во-первых, рассмотреть конечные математические фигуры вместе с претерпеваемыми ими изменениями и их основаниями; потом перенести эти основания соответственно на такие же фигуры, *доведенные до бесконечности*; в-третьих, возвести эти основания бесконечных фигур ещё выше, до *простой бесконечности*, абсолютно отрешенной уже от всякой фигуры (курсив наш. – В.К.)» [8. С. 66]. Такова программа своеобразной «апофатики» Николая из Кузы: «Только тогда наше незнание непостижимо осознает, как нам, блуждающим среди загадок, надлежит правильное и истиннее думать о наивысшем» [Там же. С. 66].

Практически кардинал Николай рассматривает преобразования геометрических фигур, при которых их элементы становятся бесконечными: круг (шар) бесконечного радиуса, треугольники с бесконечными сторонами и т.д. Так, если мы будем увеличивать радиус круга до бесконечности, то кривизна окружности (в любой её точке) будет стремиться к нулю. И в пределе окружность бесконечного радиуса «минимально крива» и совпадает с бесконечной прямой, которая «максимально пряма» [Там же. С. 67]. Это служит иллюстрацией того, как абсолютный минимум совпадает с абсолютным максимумом. Аналогично Кузанец показывает, что бесконечная прямая есть одновременно и максимальный треугольник, и максимальный круг, и максимальный шар. Максимальные же треугольник, круг и шар символизируют, согласно Кузанцу, христианскую Троицу, Божественное единство, актуаль-

ность Божественного бытия соответственно. Из рассмотрения геометрических свойств фигур, перенесенных «на бесконечность», делаются далее и определённые богословские выводы. Так, например, из отношения треугольника к другим многоугольникам делается вывод о том, «что в Боге не может быть четверицы...» [Там же. С. 80–82].

Богословские спекуляции Николая из Кузы ещё не были новой наукой, новой математикой. Но они постепенно *легитимировали* использование в математике трансфинитных преобразований, приучали обсуждать парадоксальные свойства бесконечно больших и бесконечно малых величин и подготавливали тем самым открытие методов дифференциального и интегрального исчислений.

2. Бесконечность и возникновение математического анализа в XVII столетии

Философские и богословские спекуляции о бесконечности всегда подталкивали математику к попытке научного воплощения идеи бесконечного. С XIII по XVI столетия таких попыток было немало (см., например, [9]). Однако только к XVII в. они, более или менее, увенчались успехом: были изобретены методы дифференциального и интегрального исчислений (математический анализ). К ним разные ученые шли разными путями, эти методы были отнюдь не сразу и не всеми приняты, их логическое обоснование затянулось почти на три столетия, – однако *эффективность* этих методов сделала их к XVIII в. одним из основных средств теоретической и прикладной математики. Существенно, что все споры касательно обоснования этих новых математических приемов упирались главным образом в одно: использование в них *актуальной бесконечности*.

Эти методы, в частности, позволяли решать классические задачи о проведении касательной и максимуме функции. Так, *П. Ферма* (1601–1665) при решении этих задач использует бесконечно малые величины. Он исходит из того, что если величина e достаточно мала, то $f(x+e)$ приближенно равно $f(x)$. Если $f(x)$ – полином, то разность $f(x+e) - f(x)$ будет делиться на e и, полагая его равным нулю, Ферма получает из этого частного то, что на языке современной математики называется производной [10. Р. 122–125]².

В Кэмбридже *И. Барроу* (1630–1677) в своих «Геометрических лекциях» прямо рассматривает бесконечно малый «характеристический треугольник», составленный из «бесконечно малой дуги» кривой, которая в силу бесконечной малости совпадает с отрезком прямой (касательной) и её проекциями на

² Ферма не пишет явно, что e – бесконечно малая величина, однако приравнивание e к нулю и уравнение $f(x+e) = f(x)$ показывают, что Ферма оперирует с ней так, как будто e действительно бесконечно малая величина. Конечно, у Ферма были другие, чем сегодня, обозначения, но в главном его построения следуют сегодняшним. См. детали в книге: [10. Р. 122–125].

оси Ox и Oy – e и a соответственно. Эти e и a также суть бесконечно малые. На основании этого Барроу пишет следующее «псевдоравенство»:

$$f(x+e, y+a) = f(x, y).$$

Если $f(x, y)$ – многочлен, то после сокращения и опускания членов в этом уравнении, содержащих степени e и a большие, чем первая, – так как в силу бесконечной малости e и a их степени ещё более малы, – мы получаем однородное уравнение первой степени по e и a , откуда можно найти отношение a/e , то есть тангенс угла наклона касательной к кривой к оси Ox [Там же. Р. 132–134]. Спорными и непонятными здесь были именно две вещи:

- 1) «псевдоравенство», в котором приравнивались друг другу две различные вещи, и
- 2) отбрасывание членов со степенями a и e начиная со второй, то есть практически опять приравнивание двух различных выражений на основании того, что они отличаются на бесконечно малую величину: $A = A + \alpha$ (где α – бесконечно малая величина).

И. Ньютон (1642–1727) справедливо считается одним из творцов дифференциального и интегрального исчисления. Он хотел уйти от использования бесконечно малых величин в анализе. «Доказательства делаются более краткими и при помощи способа неделимых [бесконечно малых. – *В.К.*], но так как само представление неделимых грубовато, то этот способ представляется менее геометричным, почему я и предложил сводить доказательства всего последующего к пределам сумм исчезающих количеств и к пределам их отношений...», – писал Ньютон в своих «Началах» [11. С. 69]. Ньютон шел от геометрической, – а не числовой! – интуиции величины. Геометрическая величина у него «течет»: линии описываются движением точки, поверхности – движением линий, объемы – движением поверхностей, углы – вращением сторон и т.д. Само ньютоновское название непрерывно изменяющейся величины связано с этой интуицией – «флюэнта», от лат. *fluenta* – течение, поток. С геометрически-механической интуицией непрерывно изменяющейся величины связана и другая характеристика: «флюксия» – скорость изменяющейся величины. «Флюксии относятся почти как приращения флюэнт, произведенных в равные и крайне малые частицы времени, или, точнее говоря, находятся в первом отношении зарождающихся приращений. Однако их можно представить любыми пропорциональными им линиями» [12. С. 167]. Английский учёный настойчиво противопоставлял свой метод нахождения отношений возникающих и исчезающих количеств методу неделимых. Для этого имелись серьёзные философские резоны: непонятен был статус неделимых бесконечно малых. Как для античной мысли, так и для XVII столетия, – так и для нас сегодня! – остаётся непонятным: что это такое за число α , которое можно и добавлять к равенству, и опускать:

$$A + \alpha = A.$$

Как число может быть и равно нулю, и не равно одновременно?..

Ньютон говорил о *пределах* отношений приращений величин, и этим был близок к сегодняшней концепции производной. Однако в то же время он признавал и научную легальность бесконечно малых, и порой он пользуется приращениями своих «текущих» величин так, как будто эти приращения бесконечно малы. «Подобное построение анализа посредством конечных величин и исследование первых и последних отношений нарождающихся и исчезающих конечных величин согласно с геометрией древних, и я желал обнаружить, что в методе флюксий нет необходимости вводить в геометрию бесконечно малые фигуры. Можно, правда, провести анализ на каких угодно фигурах, и конечных, и бесконечно малых, которые представляют себе подобными исчезающим, так же как и на фигурах, которые в методе неделимых обычно считают бесконечно малыми, но только при этом следует действовать с должною осторожностью (курсив наш. – В.К.)» [12. С. 169]. Как видно из этой цитаты, Ньютон не отрицает в принципе возможности рассмотрения бесконечно малых фигур – то есть, по существу, речь идет о «построениях внутри точки», в духе того бесконечно малого треугольника, который рассматривал, например, Барроу³, – и лишь призывает быть здесь осторожнее.

Актуальная бесконечность не пугает Ньютона в этом смысле. В работах великого английского учёного это подтверждается ещё и другим его изобретением: методом *бесконечных степенных рядов*. В частности, Ньютон открыл знаменитый биномиальный ряд

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots$$

и успешно применял его при решении многих задач математики и механики. Для натуральных m это выражение конечно и было уже известно («бином Ньютона»). Ньютон открывает формулу для дробных и отрицательных m , применяя хитроумную интерполяцию. Но полной уверенности в справедливости этой формулы у него нет и он старается оправдать её всеми другими доступными ему методами⁴. Дело было в том, что ещё более сложным, чем вопрос о математической корректности этой формулы, был вопрос о её логическом статусе: можно ли рассматривать бесконечные суммы? Бесконечное суммирование по самому своему смыслу не может быть закончено, так что же тогда означает это выражение?.. Любопытно, что и при выводе этой формулы, и при обсуждении бесконечных рядов Ньютон постоянно обращается к *аналогии* с бесконечными десятичными дробями. «...Это учение о буквенных выражениях находится в таком же отношении к алгебре, – писал Ньютон, – как учение об обыкновенных дробях к обыкновенной арифметике. Поэтому тот, кто знаком с десятичной и с буквенной арифметикой и кто учитывает аналогию, существующую между десятичными числами и беско-

³ Который, кстати, был учителем Ньютона.

⁴ Подробнее см. в книге [13. Гл. IV].

нечно продолжающимися алгебраическими выражениями, сможет тогда легко изучить сложение, вычитание, деление, умножение и извлечение корней. Ибо то, что случается с числами, именно, что чем дальше они отступают вправо, тем больше убывают в десятичном отношении, то же имеет место и для букв, когда они, как это всего чаще будет в дальнейшем, расположены в бесконечную однородную прогрессию по степеням какого-либо числителя или знаменателя (курсив наш. – В.К.)» [11. С. 69]. Другими словами, бесконечные ряды могут быть приняты уже лишь потому, что мы принимаем бесконечные десятичные дроби... Но здесь следует заметить, что в конкретных вычислениях применялись всегда десятичные дроби лишь с конечным числом знаков, хотя в принципе и со сколь угодно большим. Казалось, что можно рассмотреть и бесконечную десятичную дробь, но... оставалось одно препятствие: как понимать эту бесконечную сумму, выраженную бесконечной дробью, если бесконечная сумма и означает повторяющуюся последовательность действий, которая никогда не может быть завершена?.. Строгого обоснования статуса этих дробей нужно было ждать ещё долго, до второй половины XIX века... Хотя, действительно, ко времени Ньютона десятичные дроби все увереннее входили в математический «быт» Европы, тем не менее, великий учёный лукавил, когда пытался обосновать технику бесконечных рядов ссылкой на десятичные дроби: и для тех, и для других *смысл* бесконечной суммы оставался непонятным и действия с ними – правдоподобными, но до конца необоснованными⁵... И в том и в другом случае речь шла об *актуальной бесконечности*, и как перейти к ней от *конечного* – оставалось непонятным.

Г.В. Лейбниц, с его более философским умом, лучше понимал принципиальный характер этой трудности. При обосновании своего варианта дифференциального исчисления он также пытался, временами, толковать дифференциальные соотношения как то, к чему можно сколь угодно близко приблизиться конечными соотношениями⁶. Но все это не удовлетворяло его философскую совесть. Лейбниц очень хорошо чувствовал, что этот «трансцезус» от конечного к актуально бесконечному не есть что-то само по себе очевидное, сводимое к старым математическим приемам, а есть принципиально новый метод, обоснование которого требует формулировки *новых принципов* математики. И философ предложил эти принципы и старался с помощью них оправдать построения дифференциального исчисления. Одним из этих новых принципов являлось положение, которое я назвал в своей книге *принципом законопостоянства*. Лейбниц считал его «главнейшим принципом природы». В письме к королеве Пруссии Софии – Шарлотте немецкий философ следующим образом формулирует его: «Принцип этот состоит в том, что *свойства вещей всегда и повсюду являются такими же, каковы они сейчас и здесь*. Иными словами, природа единообразна в том, что касается сути вещей, хотя и допускает разницу степеней большего и мень-

⁵ Не затрагивая уже вопроса об *области сходимости* бесконечных рядов, который Ньютон не исследовал.

⁶ Подобные подходы существовали уже и в античной математике. Подробнее см. [13. Гл. II].

шего, а также степеней совершенства» [14. Т. 1. С. 389]. Специфика лейбницевских построений в дифференциальном исчислении состоит в том, что он как бы применяет этот принцип и «на бесконечности», то есть в бесконечно малых геометрических элементах, другими словами, «в точке» позволяет делать построения такие же, как и в конечных областях: проводить отрезки, строить треугольники и даже устанавливать подобие этих бесконечно малых треугольников конечным... Это, однако, требует и особого понимания кривой линии. Так, провести касательную, по Лейбницу, значит «провести прямую, соединяющую две точки кривой, расстояние между которыми бесконечно мало, или же провести продолженную сторону *бесконечного многоугольника, который для нас равнозначен кривой*. А такое бесконечно малое расстояние можно всегда выразить с помощью какого-либо известного дифференциала... (курсив наш. – В.К.)» [15. С. 170].

Другим таким принципом был знаменитый лейбницевский *принцип непрерывности*. Лейбниц давал различные формулировки этого начала, приведем одно из них: «Когда случаи (или данные) непрерывно приближаются друг к другу так, что наконец один переходит в другой, то необходимо, чтобы в соответственных следствиях или выводах (или в искомым) происходило то же самое» [16. Т. 1. С. 389]. Принцип непрерывности, один из главных *архитектонических принципов* Лейбница, есть инструмент отрицания всяческих пустот, «зияний» в пространстве, времени, в самом бытии. Этот принцип выступает началом тотального единства и «сплошности» всего сущего: всякое будущее оказывается непрерывно связанным с прошлым, является его развитием и тем самым уже содержится как семя в этом прошлом... С помощью принципа непрерывности дифференциальные соотношения в бесконечно малом треугольнике оправдывались как получающиеся «по непрерывности» из соотношений в конечных треугольниках при их безграничном уменьшении. Опять, как и в случае принципа законопостоянства, свойства конечного переносились здесь «на бесконечность» – в бесконечно малое⁷. Это было новой «метафизикой геометров», как называл это сам Лейбниц [14. Т. 3. С. 452].

3. Новый этап дискуссий об актуальной бесконечности в XVII–XVIII столетиях

Эта легализация использования актуальной бесконечности в математике, столь дерзко нарушающая традиции античного понимания этой науки, принималась в XVII в. далеко не всеми, а тревожила почти всех. Не облегчало положение и изобретение в этом же столетии Ж. Дезаргом проективной геометрии, прямо рассматривавшей бесконечно удаленные точки и прямые [13. Гл. III]. Декарт, к примеру, очень сдержанно относился к новым мето-

⁷ Принцип непрерывности является частным случаем принципа законопостоянства. См. [13].

дам анализа и воздерживался от использования бесконечно малых. Философы, менее связанные цеховой солидарностью научного сообщества, были более решительны в своих критических высказываниях. Английский епископ Дж. Беркли, создатель собственной философской системы, в нескольких своих сочинениях подверг резкой критике методы дифференциального и интегрального исчисления. Главный пункт критики – использование актуальной бесконечности, актуально бесконечно малых. Тонкий аналитик Беркли умело вскрывал неубедительность современных ему попыток оправдания инфинитезимальных методов. «Если скажут, что флюксии можно объяснить или выразить при помощи отрезков прямых, им пропорциональных; что поскольку эти отрезки можно отчетливо воспринять, познать и на них можно основываться, то их можно подставить вместо флюксий, а их отношения, или пропорции, рассматривать как пропорции флюксий; что благодаря такому приему теория флюксий становится ясной и полезной, – на это я отвечу: для того чтобы получить эти конечные прямые, пропорциональные флюксиям, *необходимо предпринять определённые неясные шаги, которые представить себе невозможно*; и пусть эти конечные прямые сами по себе воспринимаются очень ясно, тем не менее *необходимо признать, что ход ваших рассуждений не ясен, а ваш метод не научен* (курсив наш. – В.К.)» [17. С. 423]. Беркли никак не мог согласиться с геометрическими построениями «в точке»: «...Точка рассматривается как треугольник или же допускается, что в точке образуется треугольник. Понять это представляется совершенно невозможным» [Там же. С. 424]. Епископ – философ не хотел признавать никаких прагматических оправданий новых методов – эффективности, удобства и т.д. Наука должна основываться на ясных принципах, которых он и не усматривал в новых математических методах. Построение с актуально бесконечными «принималось на веру», что было, по мнению Беркли, недопустимым: «Разве математики, столь чувствительные в вопросах религии, строго скрупулезны в своей собственной науке? Разве они не подчиняются авторитету, не принимают вещи на веру и не верят непостижимому?..» [Там же. С. 441]. А если, несмотря ни на что, все-таки допускать подобные «верообразные» конструкции в науке, то разве не с большим уважением должны мы тогда относиться к религиозной вере: «Разве непостижимые тайны не могут с большим правом допускаться в божественной вере, чем в человеческой науке?» [Там же. С. 441].

Также критически относятся к включению актуальной бесконечности в число научных тем А. Арно и П. Николь в своей знаменитой «Логике». Бесконечность для них тема, относящаяся к богословию, и применять к ней научный подход тщетно: «Наилучший способ сократить себе путь в изучении наук – не заниматься разысканием того, что выше нашего разумения и что мы не можем надеяться когда-либо понять. К этому роду принадлежат все вопросы, касающиеся могущества Божия, которое смешно пытаться объять нашим ограниченным умом, и вообще все, в чём есть бесконечность; ибо наш конечный ум в бесконечности теряется и слепнет, изнемогая под гнетом

множества противоречивых мыслей, которые она вызывает» [18. С. 301]⁸. Те парадоксы, с которыми связано понятие актуальной бесконечности, – например, часть равна целому, бесконечная делимость пространства и времени, статус бесконечно малой и т.д., – показывают бессилие нашего ума понять бесконечное и рассмотрение их имеет, скорее, духовно-воспитательное, чем познавательное значение: «Польза, извлекаемая из подобных умозрений, состоит не просто в том, что мы приобретаем познания, – эти познания сами по себе бесплодны. Важнее то, что мы замечаем ограниченность нашего ума и заставляем его волей-неволей признать, что есть вещи, которые существуют, несмотря на то что он неспособен их понять. Поэтому имеет смысл утруждать ум подобными тонкостями, дабы умерить его самодовольство и навсегда отучить его противопоставлять свой слабый свет истинам, возвещаемым ему церковью, по тем предлогом, что он не может их понять» [18. С. 305]. И наконец, в «Логике» в числе «некоторых важных аксиом, которые могут служить отправными положениями для вывода великих истин», мы находим *Аксиому девятую*: «Конечный ум по природе своей не способен понять бесконечное» [Там же. С. 350].

Б. Паскаль, сам внесший определённый вклад в создание дифференциального исчисления [20. Ch. 4], тем не менее, рассматривал бесконечное также, скорее, как границу человеческого познания, чем как его законный предмет. В «Мыслях» Паскаля мы можем найти немало мест, обсуждающих свойства бесконечного однако обычно цель этих обсуждений, скорее, морально-религиозная, чем научно-познавательная. «Единица, прибавленная к бесконечности, – пишет Паскаль, – ничуть не увеличивает её, так же как одна ступня, добавленная к бесконечному расстоянию. Конечное уничтожается рядом с бесконечным, превращаясь в чистое ничто. Так же и наш дух перед Богом; так же и наша справедливость перед божественной справедливостью. Несоизмеримость между единицей и бесконечностью не столь велика, как несоизмеримость между нашей справедливостью и божественной» [21. Р. 161]. Две «аристотелевские» бесконечности, – бесконечно большого и бесконечно малого, – переживаются Паскалем глубоко экзистенциально, как знак зыбкости и принципиальной несамодостаточности человека: «Ибо чем же, в конце концов, является человек в природе? Ничто по отношению к бесконечности, все – по отношению к ничто, середина между ничто и все. Он бесконечно удален от этих двух пределов, и его бытие не меньше отстоит от ничто, из которого он взят, чем от бесконечности, которая его погло-

⁸ Все это закономерно перекликается с высказываниями авторитетного представителя Православия: «Необходимо усвоить себе понятия о бесконечном различии бесконечного, и по естеству и по свойствам, от чисел, и при суждениях о Боге повсюду иметь в виду это различие, определять его, чтобы не увлечься к суждениям, превышающим нашу способность понимания, и потому к суждениям неправильным по необходимости. Без этого придется бред свой выставить за истину к гибели своей и к гибели человечества. Мечтатели сделались безбожниками, а изучившие глубоко математику всегда признавали не только Бога, но и христианство, хотя и не знали христианства как должно» [19. С. 120, сноски].

щает» [21. Р. 46]. «Мы знаем, что существует бесконечность, и мы не знаем её природы», – пишет Паскаль [Там же. Р. 161]. Это незнание бесконечности имеет для него принципиальный религиозно-онтологический смысл.

Дж. Локк в своём «Опыте о человеческом разумении» посвящает вопросу о бесконечном целую главу. Как выражается сам философ, «...наша идея бесконечности есть, на мой взгляд, бесконечно возрастающая идея» [22. Т. 1. С. 264]. Другими словами, любую величину, которую созерцает наш ум, он может удвоить, утроить и т.д., короче, увеличить, представить больше, чем она есть. Самое ясное представление подобного рода – бесконечность ряда натуральных чисел и именно эту бесконечность возрастающего ряда чисел мы имеем в виду, подчёркивает Локк, когда говорим о бесконечности пространства, времени и т.д. Но у нас «нет положительной идеи бесконечного», – настаивает Локк. «Полагаю трудно сыскать человека столь глупого, который решился бы утверждать, что у него есть положительная идея действительно бесконечного числа, бесконечность которого состоит исключительно в возможности постоянного прибавления любого сочетания единиц к любому прежнему числу в течение какого угодно времени и сколько угодно раз» [22. Т. 1. С. 267]. То же относится и к идеям бесконечного пространства или времени как просто приложениям идеи бесконечного числа. Другими словами, Локк признает существование только потенциальной бесконечности и отрицает существование актуальной. Трудно было бы и ожидать другого от одного из столпов европейского философского эмпиризма. Даже и эта идея бесконечности имеет, согласно философу, своё происхождение *от ощущения и рефлексии...* [Там же. С. 274]. Однако Локк все-таки признает, что у нас есть и идея актуальной бесконечности. В книге IV своего «Опыта» в главе «О нашем познании бытия Бога» он показывает как «...из рассмотрения нашей собственной личности и того, что мы безошибочно находим в своём собственном строении, наш разум приводит нас к познанию той достоверной и очевидной истины, что *есть вечное, всемогущее и всеведущее существо*. Неважно, будут ли его называть «Богом»; очевидно само бытие его» [Там же. Т. 2. С. 99]. Атрибуты этого вечного существа актуально бесконечны, и помимо Бога в локковском универсуме нет никакой другой актуальной бесконечности.

Философский гений Лейбница нащупал тропинку, ведущую от инфинитезимальных построений к проблемам свободы. Действительно, использование бесконечно малых связано с бесконечной делимостью континуума и с фундаментальной проблемой его структуры. Для непрерывных величин мы имеем так называемый *алгоритм Евклида*, который позволяет нам определять общую меру отрезков, если она существует. Если же даны несоизмеримые отрезки, например сторона квадрата и его диагональ, то алгоритм Евклида никогда не закончит свою работу: получающиеся в результате его применения остатки будут становиться все меньше и меньше, стремясь к нулю. Лейбниц уподобляет эту процедуру процессу нахождения логического доказательства истин. Истины бывают или необходимые, или случайные (исти-

ны факта). Необходимые истины – или тождественные утверждения « $A=A$ », или сводимые к ним. Для рационалиста Лейбница все истины, включая и случайные, должны иметь своё оправдание, своё доказательство. Доказательство состоит в раскрытии того, что предикат содержится в субъекте утверждения. В случае необходимых истин это доказательство «...посредством разложения терминов положения и подстановкой определения или его части на место определяемого...» [23. С. 314] осуществляется за конечное число шагов. Если же мы имеем случайные истины, то подобное разложение *уходит в бесконечность*. В частности, таковыми являются и истины, фиксирующие свободное, произвольное действие. Для нас они «случайны», но в лейбницеvском универсуме нет случайных истин, все имеет свой резон, своё логическое основание: «...В случайных истинах, хотя предикат и присутствует в субъекте, это, однако, никогда не может быть доказано, и никогда предложение не может быть приведено к уравнению или тождеству, но решение простирается в бесконечность. Один только Бог видит хотя и не конец процесса разложения, ибо его вообще не существует, но взаимную связь терминов и, следовательно, включение предиката в субъект, ибо ему известно все, что включено в этот ряд. Даже сама истина рождается частично из его разума, а частично из его воли и по-своему выражает бесконечное его совершенство и гармонию всего этого ряда вещей» [23. С. 315]. Математические построения, использующие бесконечную делимость континуума, например, применение алгоритма Евклида к несоизмеримым отрезкам или арифметическое выражение этой несоизмеримости – бесконечные десятичные дроби, оказываются в этом смысле своеобразными математическими *моделями свободы*...

Связь свободы с актуальной бесконечностью ясно присутствует и у *Канта* в его философии практического разума. Практический разум, как и теоретический, ищет полноты условий всего обусловленного. Руководствуясь *категорическим императивом*, который он находит в себе как непреложный закон, разум ищет понятия *высшего блага* и осознает его в *соединении добродетели и счастья*. Однако это соединение выступает для него ближайшим образом как *антиномия*, так как ни счастье не является причиной добродетели, ни наоборот. Но, пытаясь преодолеть это противоречие, разум осознает, что, хотя стремление к счастью никак не может быть основой добродетели, тем не менее ложность обратной импликации не абсолютна. Стремление к добродетели никак не приводит к счастью, если мы мыслим человека принадлежащим исключительно к феноменальному миру, в котором для обретения счастья нужно прилагать усилия в соответствии именно с законами этого мира... Но если мы мыслим человека как *существо noumenальное*, принадлежащее и умопостигаемому миру свободы, то тогда «...вполне возможно, – пишет Кант, – что нравственность убеждений имеет как причина, если не непосредственную, то все же опосредованную (при посредстве умопостигаемого творца природы) и притом необходимую связь со счастьем как с действием в чувственно воспринимаемом мире» [24. С. 446].

Для осуществления своей деятельности разум вскрывает *сферу возможного* и обнаруживает, что для обоснования её в практическом отношении он должен *постулировать* существование *свободы, бессмертия души и Бога*. Причём все эти постулируемые понятия, неотделимые от понятия высшего блага, оказываются бесконечными⁹. Эти драгоценные философские открытия Лейбница и Канта вскрывают логическую связь понятий, исторически уже пройденную наукой в обратном порядке: конструкции с актуальной бесконечностью в математике – свобода – через категорический императив Канта к постулированию всемогущего, всеведущего – актуально бесконечного! – Бога.

4. Канторовская теория множеств: математика – философия – богословие

Кантор с самых своих первых работ по теории множеств очень сознательно относится к связи понятия актуальной бесконечности и богословия¹⁰. Этому способствовали, как представляется, по моему мнению, два момента:

а) достаточно широкий культурный кругозор Кантора. Учёный демонстрирует определенную начитанность в истории философии и богословии. На страницах его работ, посвященных оправданию теории множеств, мы встречаем имена Аристотеля, Пифагора, Платона, Декарта, Лейбница, Локка, Спинозы, Канта, Фомы Аквинского, Августина, Оригена, Николая из Кузы, Эммануэля Великого (XVII в.), Гутберлета, кардинала Францелина и др. Нельзя сказать, что труды всех этих авторов освоены Кантором основательно, скорее, наоборот, нередко чувствуется поверхностное знакомство с ними по учебникам и другим непрямым источникам, однако одно несомненно: создатель теории множеств был в высшей степени осведомлен о том, что тема актуальной бесконечности проходит красной нитью через всю историю философии и богословия;

б) личная религиозность Кантора. Учёный был глубоко верующим человеком, хотя и достаточно неопределённой конфессиональной окраски¹¹. Вера Кантора была так сильна, что он понимал свою деятельность по построению и пропаганде теории множеств как миссию, возложенную на него самим Богом. Причём теория множеств как теория актуальной бесконечности понималась им именно как звено в развитии христианской мысли:

⁹ Кантовское бессмертие души можно истолковать и как потенциально бесконечное. Подробнее об этом см. в статье [25].

¹⁰ Подробнее об этом изложено в книге [26].

¹¹ В 1896 г. Кантор писал одному из своих корреспондентов: «В религиозных вопросах и отношениях моя точка зрения не имеет никакой конфессиональной определённости, так как я не принадлежу ни к какой из существующих организованных церквей. Моя религия есть религия триединого и единственного Бога. Бога, Себя открывающего, и моя теология основывается на Божием Слове и Деле, причём я, кроме того, почитаю в качестве учителей главным образом отцов церкви первых 15 веков нашей эры...» [27].

«Только мною, – писал Кантор, – впервые предложено христианской философии истинное учение о бесконечном в его началах»¹².

Но именно потому, что Кантор глубоко осознавал вовлеченность философской и богословской тематики в вопросы, связанные с бесконечностью, он старался развести разные аспекты этой проблемы. Бесконечное в Боге (или бесконечность Бога) он называл *Абсолютным* (или *Абсолютом*) – этим занимается богословие и математика (наука) не должна (и неспособна) этим заниматься. Бесконечное в мире Кантор называл *трансфинитным* (*Transfinitum*) – им занимается наука и, по-своему, богословие. И наконец, так называемое «бесконечное in abstracto», бесконечное в человеческом разуме, *теория трансфинитных чисел* Кантора – им занимается математика. Несмотря на всю естественность этого разделения, провести его на практике оказалось в высшей степени трудной задачей. Так, непонятно было, как доказывать существование актуально бесконечного в сотворенном мире – трансфинитного. Ведь, как мы знаем, начиная с древнегреческой философии большинство философов и богословов были убеждены, что актуальная бесконечность не существует в мире ни в смысле числа, ни в смысле величины. Кантор пытался подойти к этому вопросу «от науки», выдвигая здесь некоторые программы применения его теории множеств в физике [26. Гл. IV. § 3]. Но все это так и осталось только «проектами», так никогда и не нашедшими своего научного воплощения... Другая возможность доказать существование трансфинитного – идти «от богословия». Кантор не раз указывал на знаменитое место из Библии, где говорится: «Вся мерою, числом и весом расположил еси» (Прем. Сол. XI, 21), и подчеркивал, что здесь не сказано *конечным числом*... В переписке с кардиналом Францелином Кантор пытался доказать существование трансфинитного *богословски*: исходя из понятия всеблагости и всемогущества Божия. Однако искушенный в богословских дискуссиях кардинал сразу же указал учёному на опасность пантеизма, кроющуюся в подобной логике... Бесконечность Бога, Абсолютное – это было аксиомой богословия, но доказать автономное существование трансфинитного не удавалось.

Не меньшие трудности были связаны и с трансфинитными числами, то есть актуально бесконечным, существующим *для нас* в форме канторовской «бесконечной арифметики». То, что актуально бесконечное, и даже, возможно, в разных степенях существует в уме Бога – было общепринятым местом богословия. Но ясно, вообще говоря, что не все, понятное Богу, понятно нам; так есть ли у нас какая-то *имманентная* основа для уверенности в существовании трансфинитных чисел?... У нас есть математическая теория этих чисел, – разве этого не достаточно, спрашивал Кантор. По существу, вопрос стоял о философском статусе научной теории, о философии математики и Кантор формулировал здесь свою позицию очень определённо: любая непротиворечивая теория, которую можно логически связать с уже су-

¹² Из письма патеру Т. Эшеру. См.: [27].

существующим корпусом теорий, имеет право на существование в науке. причём никакие «экстерналистские» соображения – генезиса, философского или богословского значения теории и т.д. – не касаются её истинности: «*Ведь сущность математики заключается именно в её свободе*» [28. С. 80]. В свете такого понимания математики можно представить, каким ударом было для Кантора открытие противоречий в его теории (так называемых «парадоксов теории множеств»). Одним из первых был «парадокс Бурали – Фортти»: оказалось, что невозможно мыслить без противоречия все бесконечные числа как целое, всю шкалу ординалов Ω : ординал самой этой шкалы оказывался больше самого себя...

Из обсуждений этого и других парадоксов теории множеств следовали важные выводы. *Во-первых*, теории Кантора не удалось справиться с «дурной бесконечностью», не удалось обеспечить рассмотрение любой бесконечности как актуально данной. «Теория множеств, – пишет чешский математик П. Вopenка, – усилия которой были направлены на актуализацию потенциальной бесконечности, оказалась неспособной потенциальность устранить, а только смогла переместить её в более высокую сферу» [29. С. 124].

Во-вторых, выяснилось, что теория множеств кладет в своё основание в качестве аксиом в высшей степени проблематичные положения. Так, пытаясь устранить противоречия из своей теории, Кантор предложил рассматривать в ней только *консистентные совокупности*, что по определению означает, что их можно мыслить как целое без противоречия. Только такие совокупности и следует называть множествами. Однако как бы могли мы это доказать в отношении конкретных бесконечных множеств?.. Как можем мы доказать, что даже самое простейшее бесконечное множество, множество натуральных чисел $\{1, 2, 3, \dots\}$ консистентно, спрашивал Дедекин. Это мы принимаем в качестве аксиомы, отвечал Кантор [30. С. 367–368]. Тем не менее никаких достаточно убедительных оправданий в пользу этой аксиомы привести не представлялось возможным. Аналогично обстояло дело и с так называемой *аксиомой выбора*, резонность которой при всей простоте её формулировки невозможно было установить, что и приводило к тому, что многие математики не соглашались её использовать [26. Гл. IV]. В 1963 г. была окончательно доказана независимость аксиомы выбора от других аксиом теории множеств Цермело – Френкеля. Тем самым оказалась легализованной возможность рассматривать теории множеств без аксиомы выбора или с заменой её на другие, что и было вскоре сделано. Получающиеся на основе этих альтернативных теорий множеств конструкции континуума и математического анализа оказались в высшей степени экзотичными.

Наряду с этим было выяснено, что теория множеств есть *неполная теория*. В ней существуют высказывания, которые невозможно ни доказать, ни опровергнуть в языке самой этой теории. Одним из таких положений является как раз знаменитая *континуум-гипотеза*, выдвинутая Кантором. Но более того, теория множеств оказалась *непополняемой теорией*, то есть никакое добавление новых аксиом не делает её полной теорией. Суммируя, мож-

но сказать, что тот теоретико-множественный универсум, который ввела в науку теория множеств, оказался «слишком велик», чтобы человеческое мышление могло в нём как-то ориентироваться...

В-третьих, через введение в рассмотрение неконсистентных совокупностей Кантор, по всей видимости, разрушал те перегородки между наукой и богословием, которые он сам же и возводил. Объявляя шкалу трансфинитных чисел Ω неконсистентной, Кантор уходил от парадокса Бурали – Форти, но тем самым делал эту совокупность в высшей степени таинственным объектом. Почему, в отличие от других математиков, Кантора не пугала неконсистентность Ω , являющаяся препятствием для реализации основного конструктивного импульса создателя теории множеств: сделать «трансфинитный шаг», рассмотреть любой процесс как актуально законченный?.. Исследователи обращают внимание на близость канторовской неконсистентной шкалы Ω и его же понятия Абсолюта, бесконечности в Боге. Один из самых авторитетных исследователей творчества Кантора, американский историк и философ Дж. Даубен считает: «В конце концов, Кантор рассматривал трансфинитные числа как ведущие прямо к Абсолюту, к единственной «истинной бесконечности», величину которой невозможно ни увеличить, ни уменьшить, а только представить как абсолютный максимум, непостижимый в пределах человеческого понимания» [31. Р. 246]. Шкала трансфинитных чисел оказывается, в этом смысле, своеобразной интеллектуальной лестницей, возводящей «на Небо», в иное *онтологическое* измерение... И тем самым канторовская теоретическая конструкция пробивает брешь в возведенной им же самой стене между математикой, чисто интеллектуально занимающейся трансфинитными числами, и богословием, нацеленным на Абсолют не только умственно-спекулятивно, но и через религиозную практику...

Кантор справедливо отмечал, что в некотором смысле, данность нам актуальной бесконечности несомненна. Если мы признаем существование потенциальной бесконечности, то ведь ей нужно где-то «разворачиваться», нужно иметь некоторое «пространство», некоторую «область» становления. «Но сама эта “область” не может быть опять-таки чем-то переменным, ибо в противном случае наше исследование не имело бы под собой никакой прочной основы. Следовательно, эта “область” представляет собой некоторое *определённое* актуально бесконечное множество значений (курсив наш. – В.К.)» [32. С. 297]. Можно согласиться с тем, что эта актуально бесконечная область каким-то образом нам дана и каким-то «боковым» умственным зрением опознается нами. Однако трудно говорить о ней как об *определённом актуально бесконечном множестве*, это уже есть следствие некоего *выбора* рассмотрения некоторых гипотез, отнюдь не очевидных и далеко не обязательных... Кантор правильно утверждал, что эта актуально бесконечная «область» нам дана, но предложенный им способ, так сказать, «умственного передвижения» по ней был далеко не бесспорен...

Вся история научного освоения понятия актуальной бесконечности показывает его тесную связь с историей богословия. Не только чисто генетически именно с пришествием христианства входит концепция бесконечного в сферу ключевых вопросов европейской мысли, наряду с такими концепциями, как свобода, творение, вечность, бессмертие, ничто. Но как показывает вся трагическая «научная Одиссея» создателя теории множеств, всякое углубление научного обсуждения концепции актуальной бесконечности с неизбежностью поднимает и фундаментальные философско-богословские вопросы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гайденко П.П.* Христианство и наука: к истории понятия бесконечности // Вестник РГНФ. – 2000. – № 3.
2. *Платон.* Филеб, 17е, 4–8.
3. *Прокл.* Первоосновы теологии / пер. и ком. проф. А.Ф. Лосева. – Тбилиси, 1972.
4. *Ориген.* О началах. Книга 2, Глава 9.
5. *Блаженный Августин.* О Граде Божием. Т. II, Кн. 12, Гл. XVIII (Против тех, которые говорят, что бесконечное не может быть объято даже божественным ведением). – М., 1994.
6. *Св. Дионисий Ареопагит.* Божественные имена // Мистическое богословие / пер. о. Леонида Лутковского. – Киев, 1991.
7. *Фома Аквинский.* Сумма против язычников. Книга первая / пер. и ком. Т.Ю. Бородай. – Долгопрудный, 2000.
8. Об ученом незнании // *Николай Кузанский.* Соч.: в 2 т. – Т. 1. – М., 1979.
9. См., например: *Boyer C.B.* A History of Mathematics. – N.-Y., L., Sydney, 1968. – Ch. XIV, XV, XVI.
10. *Edwards C.H., Jr.* The Historical Development of the Calculus. – N.-Y., Heidelberg, Berlin, 1979.
11. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии / пер. с лат. и ком. А.Н. Крылова. – М., 1989.
12. Рассуждение о квадратуре кривых // *Ньютон И.* Математические работы. – М.-Л., 1937.
13. *Катасонов В.Н.* Метафизическая математика XVII века. – М.: 1993.
14. *Лейбниц Г.В.* Соч.: в 4 т. – М., 1982.
15. Избранные главы из математических сочинений Лейбница (сост. и пер. А.П. Юшкевич) // Успехи мат. Наук. 1948. – Т. 3. – Вып. 1(23).
16. Два отрывка о принципе непрерывности. – С. 203–204 // *Лейбниц Г.В.* Соч.: в 4 т. – Т. 1.
17. Аналитик, или Рассуждение, адресованное неверующему математику... – С. 423 // *Беркли Дж.* Сочинения. – М., 1978.
18. *Арно А., Николь П.* Логика, или Искусство мыслить. – М., 1991.
19. Полное собрание творений Святителя Игнатия Брянчанинова. – Т. III. – М., 2002.
20. *Edwards C.H.Jr.* The Historical Development of the Calculus...
21. *Pensees de Pascal* // *Pensees de Pascal et de Nicole.* – Paris, 1852.
22. *Локк Дж.* Соч.: в 3 т. – Т. 1. – М., 1985.
23. О свободе // *Лейбниц Г.В.* Соч.: в 4 т. – Т. 1. – М., 1982.
24. Критика практического разума // *Кант И.* Соч.: в 6 т. – Т. 4. – Г. I. – М., 1965.
25. *Катасонов В.Н.* Бесконечность в философии И. Канта // Историко-философский ежегодник, 2002 (в печати).
26. *Катасонов В.Н.* Боровшийся с бесконечным...
27. *Meschkowski H.* Aus der Briefbuehern Georg Cantors. S.515 // Archive for History of Exact Sciences / ed. By C. Truesdell. – 1965. – Vol. 2. – № 5.

28. Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечном // Кантор Г. Труды по теории множеств. – М., 1985.
29. Воненка П. Математика в альтернативной теории множеств. Новое в зарубежной науке. Математика. – М., 1983. – № 31.
30. Переписка Кантора с Дедекиндом // Кантор Г. Труды по теории множеств...
31. *Dauben J.W.* Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite. – Cambridge, L., 1979.
32. К учению о трансфинитном // Кантор Г. Труды по теории множеств. – М., 1985.

«SCIENTIFIC ICON» OF A DEITY: ACTUAL INFINITY

V.N. Katasonov

The article discusses the historical “umbilical cord” linking the problem of actual infinity in science and philosophy to Christian theology. Against the background of ancient philosophy’s mostly negative attitude towards actual infinity, the role of Christian theology in legalizing this concept is particularly evident. The tradition of attempts to positively apprehend the concept of the infinite extends from (Pseudo-)Dionysius Areopagus through the Eastern Fathers of the Church, the Western scholastics and Cardinal Nicholas of Cusa. In the 17th century, this tradition acquired its scientific embodiment in the differential and integral calculus. The attempts at philosophical substantiation of this calculus naturally lead to fundamental problems of the *architectonic principles* of creation and freedom. At the new level of its contemplation, the paradoxes and dead ends of Cantor’s theory of sets compelled the creator of this theory himself to crush the boundaries which he had initially tried to build between science and philosophy, on the one hand, and theology, on the other.

Key words: infinity in philosophy, infinity in science, infinity in theology, the infinitely small and the infinitely large, freedom, the rational and the irrational, theory of sets, boundaries of science, science and religion.