СПАСЕНИЕ АЛГЕБР И РАЗГАДКА СЕКРЕТОВ МЕХАНИКИ

А.П. Ефремов

Институт гравитации и космологии
Российского университета дружбы народов

Обсуждается метафизическая взаимосвязь между формулировками эмпирически установленных законов физики и фундаментальными соотношениями, имманентно присущими математическим структурам. В частности, показано (без использования формул), что допустимые преобразования спиноров, структурирующих базисные единицы ассоциативных алгебр, имеют своим неизбежным следствием условие стабильности алгебр по форме тождественное уравнению квантовой механики, из которого также следует аналог уравнения классической аналитической механики. При переходе к физическим единицам эти чисто математические соотношения в точности становятся уравнением Шредингера и уравнения Гамильтона-Якоби. В ходе обсуждения вводятся представления о ненаблюдаемой базовой поверхности, ячейки которых формируют элементы трехмерного пространства и дается геометрическая трактовка проточастицы, соответствующей волновой функции квантовой механики.

Ключевые слова: ассоциативные алгебры, гиперкомплексные числа, спиноры, предгеометрия, квантовая механика, проточастица.

> «Я едва осмеливаюсь сказать, что открыл универсальный принцип, на котором основываются все законы – принцип наименьшего количества действия, принцип достойный мудрости Верховного Существа» [1].
>
> *П.Л.М. де Мопертюи*

> «Теоретико-множественная математика крайне формализована… Многим это импонирует, ибо в хорошо организованном мире легче жить. Но чем дольше в нем живешь, тем более возрастает ощущение искусственности этого мира. Жажда «бытия» становится основным и очень энергичным мотивом» [2].
>
> *С. А. Векшенов*

Введение

В 2012 г. весь четвертый номер журнала «Метафизика» был посвящен проблемам филологии и лингвистики, вообще языка. Эта тема, видимо, останется вечной, ибо вряд ли однозначно разрешится загадка возникновения древних «естественных» символов, обозначающих звуки, складывающиеся в слова, которые в свою очередь складываются в сочетания, отражающие предметные и абстрактные понятия. Даже искусственные языки программирования, будучи производными от древних, несут в себе элементы этой тайны. Может быть, именно поэтому, обмениваясь информацией своего сознания, люди часто не понимают друг друга.

И тем более загадочен обращенный к человечеству монолог чистой математики, из века в век нехотя приоткрывающей свои драгоценные файлы, с паролями в виде чисел, формул и логических цепочек. Падающую на него совершенную информацию абстрактной математики человек тщится расшифровывать информационной системой своего сознания, изобретая при этом персональный синтаксис и семантику. Это неравное взаимодействие имеет три неприятных следствия: (1) единственная истина иной раз предстает во многих вариациях, (2) мозг (если система расшифровки все же в нем), вдруг убоявшись бездны, закрывает тему, (3) понимать друг друга перестают все.

В связи с пунктом (3) возникает вопрос: а нельзя ли рассказать о глубокой и сложной математике на понятном человеческом языке, не обращаясь к формулам? Ведь есть же масса популярной литературы по физике и другим естественным наукам. Но по математике – почему-то практически нет. После некоторых размышлений автор пришел к выводу, что это возможно, но только в том случае, если читатели все же имеют некоторые базовые математические знания, и – самое главное – если математический объект можно представить в виде геометрического образа. Увидеть – значит наполовину понять. Ниже будет предпринята попытка такого рассказа о емкой по содержанию, и притом весьма «геометричной», математике гиперкомплексных чисел, перед которой, стоит отметить, имея в виду пункт (2), сложили оружие многие бойцы. Что же касается пункта (1), то неоднократно будет показано, как в этой области несколько «истин» редуцируются к одной.

Представляется важным отметить также, что изложенные здесь сведения есть результат многолетнего системного изучения математических закономерностей и осмысления их взаимосвязи с известными (или пока неизвестными) физическими законами. Вначале были найдены математические корни теории электромагнетизма и теории относительности. Но все более углубленный анализ, как ни странно, привел к истокам базовой физической науки – теоретической механики. Немалую роль здесь сыграла подсказка научной интуиции, к которой автор научился прислушиваться.

От аналитической механики к спинорам

Начнем с цитаты [1], с которой, казалось бы, невозможно не согласиться:

«…При создании классических и неклассических физических теорий XIX и XX вв. стала очевидной эффективность аналитической механики, которую вслед за Ю. Вигнером стали называть непостижимой, поскольку никакого убедительного теоретического (логического) обоснования ей дать не удалось».

Действительно, преображение уравнений динамики, эмпирически сформулированных «не измышлявшим гипотез» Ньютоном, в раздел математики, включивший уже не физические, а абстрактные понятия и принципы, представляется неким метафизическим (если не мистическим) явлением.

В середине XVIII в. Пьер Мопертюи показал, что уравнения динамики могут рассматриваться как следствие требования экстремального значения – минимума – некоторой величины (с размерностью момента импульса), которая в конечном итоге стала называться «действие». Она вычисляется как определенный на интервале времени интеграл от функции Лагранжа, заданной разностью между кинетической и потенциальной энергией механической системы (такая разность определенно не имеет физического смысла). Через сто лет Уильям Гамильтон «подправил ситуацию», предложив формализм механики, на базе «более физичной» функции обобщенной энергии. Но при этом выяснилось, что все компоненты уравнения ньютоновой динамики в точности эквивалентны единственному уравнению – уравнению Гамильтона–Якоби, связывающему обобщенную энергию с производной действия по времени; то самое абстрактное действие здесь оказалось главной искомой функцией.

«Что-то за этим стоит, но что?» – таким вопросом мог задаться каждый, изучавший теоретическую механику не поверхностно. Вопрос непраздный, поскольку этот раздел математики оказал существенное влияние на процессы становления всей современной физики.

Через полвека, анализируя результаты опытов, Макс Планк открыл постоянный «квант действия», а еще через четверть века Эрвин Шредингер записал уравнение квантовой механики, содержащее планковский квант действия как множитель и похожее на уравнение Гамильтона–Якоби, но имеющее смысл только в математике комплексных чисел. Искомой переменной в этом уравнении оказалась безразмерная функция состояния квантовой системы, физическая трактовка которой вызывает споры и поныне. Не прошло и нескольких лет, как опытные данные засвидетельствовали наличие у частицы новой характеристики – спина, взаимодействующего с внешним магнитным полем. Учитывая этот факт, Вольфганг Паули модифицировал уравнение Шредингера, при этом скалярную функцию состояния пришлось заменить двухкомпонентным вектором. В самом конце 1930-х гг. Поль Дирак предложил уравнение, представляющее собой релятивистское продолжение уравнения квантовой механики, искомой функцией при этом был уже четырехкомпонентный вектор со специфическим законом матричного преобразования; эти объекты Пауль Эренфест предложил назвать спинорами. На этом рассматриваемая здесь логическая линия завершилась.

Эта телеграфно изложенная (впрочем, хорошо известная) история имеет своей целью подчеркнуть два метафизических обстоятельства. Первое: все открытия аналитической и квантовой механики имели эвристический характер. Так «просто оказалось», что уравнения динамики следуют из принципа экстремума некоего действия, что не основанное ни на каком опыте уравнение Гамильтона–Якоби эквивалентно эмпирическим уравнениям Ньютона; что уравнения квантовой механики похожи на уравнения классической механики, но не сводятся к ним. И второе: эта затянувшаяся в веках цепочка «гениальных озарений» с неизбежностью протянулась от математики действительных чисел – скаляров и векторов – к математике комплексных чисел и спинорам.

Кстати, как постфактум выяснили физики, математика спиноров почти за 20 лет до теории Дирака уже была изложена в книге Эли Картана (см. русский перевод [3]). Впрочем, несложно предположить, почему эта математика не была широко известна: даже простейшие спиноры, введенные на базе геометрии плоского пространства, оказались трудно представимыми объектами. Действительно, основой определения спинорных функций трехмерного пространства у Картана служит трехмерный вектор нулевой длины, тогда компоненты спинора суть комплексные числа. Предлагается непрерывно вращать изотропный 3D-вектор, при этом фаза спинора меняется как половина угла поворота. Какое-то изображение спинора в таком подходе затруднено, поэтому, несмотря на заявление Картана в предисловии: «…основной целью книги является систематическое развитие теории спиноров на основе чисто геометрического определения этих математических объектов», в книге нет ни одного графика или рисунка.

Первые, пожалуй, графические образы спиноров появились полвека спустя в работах Роджера Пенроуза (см. например, русский перевод [4]). В поисках понимания субмикроскопической структуры физического мира он писал: «…абсолютно не ясно, имеет ли вообще смысл говорить о природе пространства-времени в таких масштабах, и если это бессмысленно, то мы заведомо не можем со всей строгостью описывать пространство-время как гладкое многообразие». В результате Пенроуз ввел алгебру спиноров также на основе изотропного вектора (как и Картан) но уже четырехмерного – светового. Ссылаясь на работы Пэйна, Виттакера (и свои) он пишет: «Можно сказать, что спинор определяет световой флаг в касательном пространстве, причем флагштоком служит направленный в будущее световой вектор, а полотнище флага есть световая площадка» – и здесь же приводится соответствующий рисунок. Последующие десятилетия показали, что спинорная (позднее – твисторная) программа Пенроуза, рассчитанная на представление искривленных четырехмерных многообразий, по сути, всей геометризованной физики XX века посредством «более фундаментальных» математических объектов оказалась, по-видимому, не слишком успешной. Тем не менее это была реальная и мощная попытка установления глубинной связи математического описания макро- и микрофизики.

Другой пример такой попытки, пусть математически не формализованной, – известное размышление Джона Уилера о предгеометрии [5], которая понимается как альтернатива представлениям о гладкости мирового пространства. Уилер пишет, что пространственно-временной «геометрический» континуум является фикцией и что в его субмикроскопической основе, скорее всего, лежит некая пока неизвестная структура, о которой можно говорить как о «до-геометрии». Причиной такой убежденности, очевидно, были успехи квантовой физики, для описания которой с неизбежностью привлекаются спиноры – геометрически трудно представимые объекты. Тем более что квадрат спинорных функций, как следует из работ Картана и Пенроуза, есть изотропный вектор – геометрически тоже не слишком внятное образование, особенно в 3D-мире.

Стоит заметить, что подобные представления о спинорах достаточно широко распространены и сегодня. Однако, как выяснилось, есть возможность вводить и изучать эти замечательные объекты не с эвристических, а с фундаментально-логических позиций; для этого достаточно обратиться к математике гиперкомплексных чисел.

Кватернионы – брошенный Клондайк

В середине XIX в. Гамильтон открыл алгебру кватернионов – гиперкомплексных чисел, построенных на четырех единицах, одна из которых – действительная скалярная единица, три оставшихся – мнимые векторные единицы. Последние не коммутируют между собой по умножению, при этом упорядоченное произведение любых двух таких единиц в точности дает третью. Поэтому, несмотря на «мнимость», векторные единицы получили геометрическую трактовку направляющих векторов декартовой системы координат, задающей окрестность трехмерного пространства, которое сразу стало ассоциироваться с пространством конфигураций физического мира. Что же касается скалярной единицы, то для нее подходящего геометрического образа не нашлось. Годами позже ее – как четвертую единицу алгебры – пытались идентифицировать с направлением времени, но эта интерпретация оказалась неуспешной, поскольку участие этой единицы в преобразованиях Лоренца, естественных для теории относительности, нарушает закон умножения алгебры. Иными словами, при любых преобразованиях скалярная единица должна оставаться инвариантом.

Дальнейшая история кватернионов хорошо известна (см., например, [6]). Взамен «нефизических» кватернионов, однако на их основе Джозайя Гиббс и Оливер Хэвисайд разработали элементы эклектичной векторной алгебры, которая в силу своей «большей простоты» стала общепринятой, и после распада «Международного общества по изучению кватернионов» в период Первой мировой войны системное изучение этой математики было, по существу, заброшено. Лишь изредка появлялись работы, в которых кватернионы осознано или случайно использовались как удобный или экзотический аппарат. Так, нет уверенности в том, что Паули, вводя для описания спина в уравнение Шредингера свои 2×2 матрицы, был в курсе, что эти матрицы с точностью до множителя суть векторные единицы кватернионной алгебры. Вот стандартная позиция математиков (и физиков) конца прошлого века: «с кватернионами абсолютно все ясно!».

Необходимо подчеркнуть, что помимо прочего заслуга Паули состоит еще и в том, что если ранее кватернионные единицы фигурировали как абстрактные (бесструктурные) символы, то Паули предложил простейшее – и самое удобное – представление векторных единиц (и, как позже выяснилось, не только их). Однако дальнейшие исследования показали, что число таких представлений бесконечно, поскольку все они связаны преобразованиями поворота, что геометрически понятно: триаду ортогональных единичных векторов можно произвольным образом вращать в 3D-пространстве.

Но любой обычный поворот на некоторый угол можно представить и иным способом – как симметричное «зеркальное» отражение от плоскости, повернутой на половинный угол. Этот геометрический факт хорошо известен, в математике говорят: группа вращений дважды покрывается группой отражений, но последняя – и это очень существенно – является не чем иным, как группой преобразования спиноров. Таким образом, произвольный пространственный поворот жесткой кватернионной триады оказывается связанным со спинорами. Но где в кватернионах скрываются спиноры и как их выделить? А главное, какой геометрический образ можно приписать этим объектам, представляющим собой определенную часть «самой геометричной» математики – алгебры кватернионов?

Видимо, кватернионы, «с которыми все ясно», забросили рано. Проблемы остались, и никаких сведений об их систематическом изучении автору данной работы найти не удалось. Поиск ответов на эти вопросы начался в 2006 г. и, хотя еще не завершен, прояснилось многое (см. публикации [7–9]).

Детальный анализ базисных соотношений кватернионной алгебры показал, что установить наличие внутренней структуры единиц, представленных формальными символами, практически невозможно: «слишком абстрактная» математика метафизически «сопротивляется» углубленному изучению; для достижения результата потребовалось представление единиц 2×2 матрицами общего вида (с комплексными, вообще говоря, компонентами). При этом выяснилось, что матрица каждой векторной единицы обязана иметь единичный определитель (следовательно, она обратима) и нулевой след (следовательно, ее собственные значения не кратны). И тут вступает в игру весьма существенное обстоятельство: оказывается, что матрица со столь хорошими свойствами удовлетворяет спектральной теореме (см., например, [10]), согласно которой такую матрицу можно разложить на прямые произведения элементов некоторого 2D-базиса, при этом коэффициентами разложения являются собственные значения (мнимая единица со знаками плюс и минус).

Слова «2D-базис» здесь – ключевые. Этот базис представлен диадой – двумя ортогональными единичными векторами, задающими локальную площадку (2D-ячейку) некоторой поверхности, которая в дальнейшем будет называться базовой. Компоненты этого базиса, вообще говоря, – комплексные числа, и это существенно: в каждой 2D-ячейке можно выделить действительную площадку и мнимую площадку. Метрический тензор такой площадки строится по известному правилу как сумма прямых произведений векторов (точнее, ковекторов) диады. В общем случае эта метрика может иметь переменные компоненты (функции), но локально, в касательном пространстве, – это двумерная декартова метрика, описываемая единичной 2×2 матрицей. И здесь следует важное наблюдение: такая матрица есть не что иное, как представление кватернионной скалярной единицы! Действительно, если на базовой поверхности компоненты векторов диады могут изменяться от точки к точке, то метрика (она же скалярная единица), как было отмечено выше, остается неизменной.

Таким образом, впервые удается установить не обсуждавшийся ранее «геометрический смысл» скалярной единицы алгебры кватернионов: это метрика базовой поверхности, «подлежащей» под 3D-пространством, которому принадлежит вектор, описываемый исходной 2×2 матрицей и разложенный по закону спектральной теоремы.

Но почему «геометрический смысл» в кавычках и что значит «подлежащей»? Дело в том, что, помимо исходного разложения вектора, существуют еще только две различные линейные комбинации прямых произведений векторов диады, и простая проверка показывает, что эти комбинации в точности оказываются 2×2 матрицами двух оставшихся векторов кватернионной триады, задающей окрестность трехмерного мира. Тогда каждая из размерностей базовой поверхности есть своего рода «корень квадратный» из физической пространственной размерности. Понятно, что вся эта экзотическая поверхность, составленная из множества 2D-ячеек, реально не наблюдаема, «не геометрична», но в известном смысле фундаментальна, поскольку двух ее размерностей достаточно, чтобы сформировать три размерности наблюдаемого геометрического мира. Вспоминая Уилера, можно ассоциировать концепцию предгеометрии с представлением об этой фундаментальной поверхности.

Итак, 2D-ячейка представляет собой (относительно) малый элемент базовой предгеометрической поверхности, заданный парой векторов диады; любая такая пара однозначно определяет триаду трехмерного пространства. И здесь выясняется, что векторы предгеометрического базиса представляют собой искомые спиноры, минимальные составные части векторов триады, так что некоторому вращению триады соответствует поворот диады на угол, равный половине угла 3D-вращения. Так, пожалуй, впервые спинорные функции появляются в математике не как эвристические объекты, а как естественные составляющие внутренней структуры единиц гиперкомплексной алгебры, имеющие при этом внятную геометрическую (точнее предгеометрическую) трактовку.

Впрочем, поскольку действие осуществляется в комплексном пространстве, поворот 2D-ячейки (на половинный угол) имеет специфику. Упрощая, его можно трактовать как «перекачку» площадки реальной поверхности в площадку мнимой поверхности. Но поскольку эти площадки не наполнены каким-то – пусть математическим – содержанием, то это пока что «перекачка пустоты» (напомним, что в 3D-мире это эквивалентно повороту триады на полный угол).

Заполнение 2D-ячеек, метрический дефект и спасение алгебр

Несложно сообразить, что теми же 2×2-матрицами могут быть представлены не только кватернионные единицы, но единицы и других алгебр – и «хороших» алгебр действительных и комплексных чисел, и алгебр без деления (и даже нормы) – дуальных, двойных чисел и бикватернионов. А значит, под каждой из них «лежит» та же самая «предгеометрическая» спинорная поверхность, составленная множеством 2D-ячеек, «перекачка пустоты» которых не нарушает базовых правил не только кватернионных, но и всех перечисленных ассоциативных по умножению алгебр.

И тут возникает вопрос: а что если выделить одну из таких ячеек, изменив, например, ее масштаб, пусть без изменения формы? Такое локальное растяжение называется конформным преобразованием и осуществляется умножением векторов базиса на некоторую действительную (не комплексную) величину – масштабную функцию. При этом длина векторов диады перестает быть единичной, а вслед за ней, конечно, изменяется модуль соответствующей трехмерной величины, она перестает быть единицей (скалярной или векторной). Возникает метрический дефект, нарушающий базовые соотношения всех вышеперечисленных алгебр, то есть конформное преобразование базовых спиноров вроде бы оказывается «плохим».

Однако в одном случае алгебры все же удается спасти – когда масштабная функция, как говорят, компактна, то есть быстро убывает в малой области 3D-пространства. Тогда метрический дефект, весьма заметный на уровне 2D-ячейки, на крупномасштабном 3D-уровне сглаживается условием компактности, и квадратичные комбинации базовых спиноров вновь приобретают вид хороших алгебраических единиц. Понятно, что масштабная функция наполняет предгеометрическую 2D-ячейку определенным содержанием; и если при этом диада вращается, то из действительной площадки в мнимую «перекачивается» уже не пустота, а значения параметров растяжения. В целом этот процесс математически описывается «фактором растяжения и вращения диады» – произведением масштабной функции и фазового преобразования «на половинный угол».

Но остается вопрос: а «всегда» ли алгебры с такими единицами остаются хорошими алгебрами? Чтобы ответить, вначале следует ввести понятие длительности, которое математически можно задать некоторым независимым параметром, безразмерным (не измеряющимся в физических единицах) как, впрочем, и все рассматриваемые здесь величины – векторы диады, триады и координаты 3D-пространства. Если параметр длительности задан, то оказывается, что единицы алгебр сохраняются «навечно», если в смысле параметра длительности квадрат фактора диады сохраняется. И здесь начинается самое интересное.

Оказалось, что математический закон сохранения допускает представление в существенно упрощенной форме – не для квадрата, а первой степени фактора диады, при этом его можно трактовать как необходимое и достаточное условие «лечения» алгебр от метрических дефектов (или стабильности алгебр). При выводе в это условие автоматически включается некоторая свободная функция, а пространственное изменение угла вращения диады приобретает смысл вектора распространения 2D-ячейки (значит, соответствующего 3D-объекта) в трехмерном мире. Далее выясняется, что это условие с неизбежностью записывается в комплексных функциях, и – совершенно неожиданный факт – по форме оно в точности совпадает с уравнением Шредингера квантовой механики, в котором свободная функция играет роль потенциальной энергии.

В сознании каждого серьезного – и удачливого – исследователя пусть хоть однажды, но непременно вдруг зазвучит метафизическое заклинание Гете: «Остановись мгновенье!» Да простится автору затянувшийся экскурс в математику, но здесь как раз такой случай. Полученное из требований формальной логики чисто математическое соотношение, вообще говоря, никак не связанное с естеством окружающего мира, по сути, оказывается физическим уравнением, достаточно точно описывающим механику малых частиц.

Причем уравнение квантовой механики, полученное как некое эвристическое откровение (хотя и на базе эмпирического опыта), само по себе пока еще остается загадочным: не ясно, почему реальные физические сущности обязаны быть величинами из алгебры комплексных чисел, а главная такая величина – «волновая» функция – до сих пор трактуется неоднозначно. Вывод условия стабильности алгебр и внятная геометрия (и предгеометрия) вовлеченных математических объектов позволяют с иных позиций рассмотреть эти «вечные вопросы» квантовой механики. Но об этом чуть ниже, а пока (не взыщите!) – еще немного математики.

Далее комплексное условие стабильности можно разложить на действительную и мнимую части. Понятно, что результирующая система двух уравнений (для действительных переменных) эквивалентна прежнему комплексному уравнению, то есть эта система по-прежнему остается математическим аналогом уравнения Шредингера. И, тем не менее, результат оказывается удивительным. Одно уравнение системы – для масштабной функции – представляет собой «корень квадратный» из уравнения непрерывности квадрата этой функции, а вторая часть – для фазы (угла поворота 2D-ячейки) – тождественна уравнению механики в формате Гамильтона–Якоби. При этом оказывается, что предгеометрическая фаза есть точный математический аналог функции классического механического действия.

Факт отнюдь не тривиальный: чистая математика теперь приводит к классической механике, притом к ее аналитическому сегменту. Значит, с позиций математики, «непостижимая» аналитическая механика оказывается первичной. А как получить аналог ньютоновских уравнений динамики? Тут приходится вспоминать другой математический раздел – вариационное исчисление. Если потребовать, чтобы на заданном отрезке параметра длительности значение фазы «перекачки» параметров растяжения диады из реальной площадки 2D-ячейки в мнимую было минимальным, то должно выполняться некоторое условие на дифференциальные характеристики фазы; это условие представляет собой математическое обобщение уравнений динамики Ньютона.

Здесь следует напомнить, что все вышеперечисленные математические величины и уравнения, как было отмечено выше, безразмерны (не вычисляются в физических единицах). Но если фундаментальные математические соотношения действительно являются метафизическим прообразом физических законов, то должны существовать связи между безразмерными объектами и размерными величинами. Кстати, одна такая связь хорошо известна в физике: безразмерная постоянная тонкой структуры Зоммерфельда (константа связи электромагнитного взаимодействия) объединяет размерные величины: электрический заряд, постоянную Планка и скорость света. Некоторыми из этих составляющих полезно воспользоваться при записи полученных математических уравнений в физических единицах.

От математики к физике и что такое частица

При переходе от математики к физике возможны два типа масштабов: микроскопического – для квантовых частиц и лабораторного – для классической механики; притом желательно, чтобы соответствующие стандарты были выражены в известных физических константах. Один такой стандарт хорошо известен, это так называемая комптоновская длина волны: отношение постоянной Планка к произведению массы электрона и скорости света (в вакууме). Такая длина в тысячу раз меньше характерного размера атома водорода, так что это стандарт квантового масштаба. Повторное деление комптоновской длины на константу фундаментальной скорости дает квантовый стандарт времени. Используя эти стандарты как коэффициенты безразмерных математических параметров, легко определить координаты микроскопического пространства и соответствующее физическое время. Операция такой замены в комплексном условии стабильности алгебр приводит к ожидаемому результату: в физических переменных это условие в точности становится уравнением Шредингера.

Но совершенно новый смысл приобретает условие компактности масштабной функции – функции конформного растяжения 2D-ячейки. Если в квантовой механике оно обычно интерпретируется как норма вероятности нахождения частицы во всем пространстве, то в теории фундаментальной предгеометрической поверхности оно сводится к определению массы частицы в 3D-объеме, построенном на базе одной «растянутой» 2D-ячейки. Тогда масштабная функция без ущерба для теории может рассматриваться как своего рода «полуплотность» массы (корень квадратный из плотности). Эта «почти физическая» величина в совокупности с фазовым множителем, задающим «вращение» ячейки, образует ту самую волновую функцию, или функцию состояния квантовой частицы, которая часто трактуется как амплитуда вероятности нахождения частицы в заданном объеме. Но с точки зрения геометрии, сопутствующей математическому выводу уравнений Шредингера, волновая функция – предгеометрический образ частицы (проточастица) – представляет собой двумерную площадку, наделенную компактно распределенной «полуплотностью» массы, которая при изменении углового параметра (фазы) «перекачивается» из своего действительного сектора в мнимый и обратно.

Автор вполне отдает себе отчет в том, что изложенное здесь представление о проточастице вряд ли проще для понимания, чем почти общепринятое – и уже привычное – понятие об амплитуде вероятности. Действительно, что такое «полуплотность» массы? мнимая площадка? фаза «перекачки»? Да, это довольно экзотические объекты, но следует помнить, что они возникают не в физическом пространстве-времени, а на уровне предгеометрии, заданной комплексной диадой, каждый вектор которой есть «корень квадратный» из физической размерности. И если остаются вопросы к физическому содержанию этих объектов и образов, то визуальное представление проточастицы достаточно очевидно, в отличие от абстрактной схемы амплитуды вероятности.

Но если образ волновой функции как предгеометрической проточастицы весьма необычен, то соответствующий геометрический образ в трехмерном пространстве, наоборот, крайне прост. Это сконцентрированная в малом объеме масса, по сути, материальная точка – почти классический объект. Но у него есть существенная особенность: в эту массивную «почти точку» «вморожена» триада единичных векторов, невидимая, конечно, но способная вращаться и тем самым наделяющая частицу дополнительным параметром – углом собственного поворота. Напомним, что этот угол в два раза больше фазы «перекачки» проточастицы. Если частица вращается перманентно, то оказывается, что период ее вращения сравним со стандартом времени, размер – со стандартом длины, а собственный момент импульса есть постоянная Планка. Но, что удивительно, этот «квантовый множитель», по сути, исключается из системы уравнений, эквивалентной уравнению Шредингера, если считать, что функция действия механики есть фаза «перекачки», измеренная в единицах постоянной Планка. При этом уравнение для фазы – теперь для действия – в точности оказывается уравнением Гамильтона–Якоби классической механики, а условие, удовлетворяющее требованию минимальной фазы, становится уравнением динамики Ньютона.

Круг замкнулся: вся теория механики – и квантовой, и следующей из нее классической – оказалась простейшим следствием требования сохранности ассоциативных алгебр при конформной деформации вращающегося элемента фундаментальной поверхности, «подлежащей» под трехмерным миром.

Слова «простейшее следствие» сказаны не случайно. Дело в том, что для математического вывода соотношений механики реально были использованы не спиноры – векторы диады, а только коэффициенты их преобразований, точнее, всего один коэффициент – фактор одного вектора диады. Именно этот скаляр в математическом условии стабильности алгебр играет роль волновой функции квантовой механики; фактор второго вектора комплексно сопряжен фактору первого, уравнение для него удовлетворяется автоматически, так что спинорная структура в целом оказывается невостребованной.

Математическая ситуация кардинально меняется, если трехмерное пространство, в котором определены все функции, содержит внешнее векторное поле. Присутствие такого поля приходится учитывать и при определении пространственного изменения фазы, и – главное – в формате 2D-метрики, заданной по правиле алгебр Клиффорда с участием всех спиноров (в данном случае – двух векторов диады). Вывод уравнения стабильности алгебр в этом случае оказывается сложнее, но уже не приходится удивляться, что и он приводит к знакомому результату – уравнению Паули для заряженной квантовой частицы во внешнем магнитном поле. Чистая математика вновь демонстрирует свою безусловную приобщенность к законам, которые человечество пока что научилось открывать лишь методами приземленной эмпирики.

Спинорная программа и «естественнонаучная метафизика»

Обнаружение формул механики в сугубо математической среде и возникновение новых визуализированных представлений о величинах, воспринимаемых ранее как абстрактные, конечно, вызывает повышенный интерес к гиперкомплексным числам, но практически уже не вызывает удивления. Сегодня можно привести целую серию известных примеров тождественности формул физических законов и математических соотношений, более всего связанных с кватернионами. Одни из самых известных примеров – записанные Рудольфом Фютером [11] уравнения дифференцируемости функции кватернионного переменного, которые оказались не чем иным, как уравнениями электродинамики Максвелла в вакууме. Другой теперь уже известный пример – вывод базовых соотношений теории относительности и создание по существу нового варианта теории релятивистского движения систем отсчета из требования форм-инвариантности бикватернионного вектора по отношению к полной группе допустимых преобразований единиц алгебры [12]. Можно также упомянуть неожиданный факт возникновения физической (хотя и чисто теоретической) величины – напряженности поля Янга-Миллса – как кривизны пространства, обладающего специфическим геометрическим объектом – кватернионной неметричностью [13]. Наконец, базис кватернионных единиц (впрочем, и единиц других ассоциативных алгебр) имеет внутреннюю спинорную структуру, что, в частности, приводит к вышеизложенному «совпадению» формы уравнений стабильности алгебр с формой уравнений механики.

Последний факт заставляет, во-первых, отдать должное научной интуиции Пенроуза, в свое время сформулировавшего программу конвергенции квантовой и классической физики посредством формулировки законов и той и другой в формате спинорно-подобных математических объектов, пусть даже искусственно вводимых. Но во-вторых, уже зная, что эвристическая программа Пенроуза не была завершена, явление «естественных» спиноров, формирующих вышеописанное пространство предгеометрии, вероятно, можно рассматривать как очередную возможность движения к единому формату законов физики.

Пока что можно с определенностью говорить о том, что только квантово-механические закономерности (в виде уравнения Паули) и частично классическая механика (в виде скалярного уравнения Гамильтона–Якоби) адекватны языку «естественных» спиноров. Но, предваряя события, автор готов сообщить, что и кватернионная версия теории относительности может быть всецело изложена в этом фундаментальном формате, хотя геометрию (точнее, «предгеометрическое поведение») векторов диады, осуществляющих гиперболические повороты на половинный угол, представить визуально пока не удается. И нет сомнений, что уравнения для тензорных полей (кватернионных версий теорий электродинамики и гравитации) также могут быть представлены в терминах спиноров, задающих окрестности фундаментальной поверхности.

Однако остается вопрос о реальности (или виртуальности) предгеометрической поверхности. Не исключено, что такая поверхность – всего лишь теоретическая конструкция, присущая специфике рассматриваемых алгебр, хотя и приводящая к формулировке точных аналогов физических законов. Но в таком случае, во-первых, остаются неясными причины квантовых свойств частиц в физическом пространстве, а во-вторых, приходится признавать, что мир построен по некоему искусственному абстрактному алгоритму – законам спинорных объектов, никак не связанных с естественными явлениями.

И наоборот, можно рассматривать фундаментальную поверхность, составленную огромной совокупностью 2D-ячеек, как физическую сущность, полагая, что «заполненные» ячейки представляют собой проточастицы, а «пустые» – элементы протопространства, не занятого материей. При этом, конечно, не исключается и дальнейшая возможность исследования внутренних структур каждого из таких квазипростых объектов. Впрочем, такой позитивистский взгляд ведет к новому витку спирали представлений о материи. Человек – весьма слабый «прибор», так что нет никакой убежденности в том, что предгеометрические структуры, даже приводящие к новым «правильным» законам естества, когда-либо станут доступны человеческому сознанию как объекты физиологических ощущений, пусть даже опосредованных инструментарием физических экспериментов. Тогда в реальное наличие таких структур останется только метафизически верить, допуская их материальную реальность при невозможности ощутить.

На этом этапе можно задать себе вопрос: а что все-таки «стоит за физикой»? С одной стороны, – и об этом уже были опубликованы размышления автора [14] – физическое пространство может рассматриваться как дуальное, состоящее из двух 3D-миров, разделенных световым барьером. Такое представление о строении вселенной следует из упомянутой выше кватернионной версии теории относительности. В этом контексте один из 3D-миров является «энтропийным» физическим миром вещей и явлений, тогда как второй, «мнимый» (и по существу, и математически) по отношению к первому, является миром, информационным для существующего среди действительных объектов человечества. В этой нестандартной модели обитатели физического мира, получая эвристическую информацию в форме «гениальных озарений», могут воспринимать информационный мир как метафизический.

Но развитие спинорной математики и связанных с ней экзотических, хотя и допускающих визуализацию предгеометрических объектов, приводит к иным представлениям о метафизическом содержании бытия. Невидимый, но вполне вероятно – реальный мир «до-геометрических» объектов также может восприниматься как нечто, стоящее в ряду наблюдаемых (и ощущаемых) явлений «за физикой». Такая двойственность представлений о метафизике заставляет еще раз задуматься о сущностном значении этой грандиозной философской темы. В наступившей для человечества эре информационной перегрузки и «виртуальной жизни» прежние классические взгляды, определения категорий и рассуждения «об этом вообще», пусть даже для докторской диссертации, сегодня видятся абсолютно недостаточными. Представляется, что для тех, кто всерьез озабочен проблемами вероятных (даже ближайших) перспектив цивилизации, проблемы именно «естественнонаучной» метафизики должны выйти на первое место, ибо только адекватное истине понимание сущности вещей и сопутствующие этому новые возможности позволят преодолеть болото косности, агрессию невежества и бессильные поиски счастья в виртуальном мире с измененным сознанием.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Визгин Вл.П.* Метафизические аспекты «дуги Эйнштейна» // Метафизика. – М.: РУДН, 2013. – № 1 (7). – С. 108–125.
2. *Векшенов С.А.* Метафизический язык математики // Метафизика. – М.: РУДН, 2012. – № 4 (6). – С. 161–179.
3. *Картан Э.* Теория спиноров. – М.: Изд. «Иностранная литература», 1947.
4. *Пенроуз Р.* «Структура пространства-времени». – М.: Мир, 1972.
5. *Wheeler J.A.* Pregeometry: motivations and prospects // Quantum theory and gravitation / A.R. Marlov (Ed.). – New York: Academic Press, 1980. – P. 1–11.
6. *Ефремов А.П.* Метафизика кватернионной математики // Метафизика XXI век / под ред. Ю.С. Владимирова. – Вып. 2. – М.: Бином, 2008.
7. *Yefremov A.P.* Structure of Hypercomplex Units and Exotic Numbers as Sections of Bi-Quaternions // Adv. Sci. Lett. – 2010. – Vol. 3. – P. 537–542.
8. *Yefremov A.P.* The conic-gearing image of a complex number and a spinor-born surface geometry // Grav. Cosmol. – 2011. – Vol. 17 (1). – P. 1–6.

9. *Yefremov A.P.* Splitting of 3D Quaternion Dimensions into 2D Cells and a "World Screen Surface Geometry // Adv. Sci. Lett. – 2012. – Vol. 5. – P. 288–293.
10. *Lancaster P., Tismenetsky M.* The Theory of Matrices. Seconds Edition with Applications. – Academic Press, San Diego, USA, London, UK, 1985.
11. *Fueter R.* Comm. Math. Hel. – Vol. B7. – 1934–1935. – P. 307–330.
12. *Yefremov F.P.* Six dimensional Rotational relativity // Acta Phys. Hung, Series – Heavy Ions (Hungary). – Vol. 11 (1–2). – 2000. – P. 147–153.
13. *Ефремов А.П.* Кватернионные пространства, системы отсчета и поля. – М.: РУДН, 2005.
14. *Ефремов А.П.* Коранические сказания и дуальная картина мира. Соотношение научной и религиозной мысли. – М.: МГУ, 1997. – С. 144–158.

RESCUE OF ALGEBRAS AND THE KEY TO THE SECRETS OF MECHANICS

A.P. Yefremov

Metaphysical link between empirically formulated physical laws and fundamental correlations immanently inherent in mathematical structures is discussed. In particular it is verbally described (in detail, but using no math formulas), that admitted transformations of spinors structuring basic units of associative algebras inevitably lead to the algebras' stability condition formally equivalent to equation of quantum mechanics, and further on giving an analogue of equation of classical (analytical) mechanics. When represented in physical units the respective pure mathematical equations precisely acquire the form of Schrodinger and Hamilton-Jacobi equations. Additional notion of non-observable basic surface consisting of 2D cells each forming an element of 3D space is introduced, and quantum mechanical wave-function is geometrically modeled as a 2D protoparticle.

Key words: associative algebra, hypercomplex numbers, spinors, pregeometry, quantum mechanics, protoparticle.