

# МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЭТАПНОГО ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ ТЕОРИИ РЕФЛЕКСИВНЫХ ИГР

*С. С. Тарасенко*



Kyoto University, Kyoto, Japan,  
Ph. D. in Informatics

## **ВВЕДЕНИЕ**

Теория рефлексивных игр (ТРИ) [1] позволяет предсказывать выбор субъектов в группе при условии доступности информации о структуре группы и взаимном влиянии членов группы друг на друга. Формулирование и разработка ТРИ стала возможна благодаря фундаментальным психологическим исследованиям в области рефлексии, проведенным Владимиром Лефевром [3].

Под структурой группы понимается множество взаимоотношений типа конфликт-союз между членами группы. В свою очередь влияния формулируются на языке элементов булевой алгебры, которая строится на универсальном множестве действий. Взаимные влияния членов группы друг на друга обычно представляются в форме матрицы влияний.

В общем случае, алгоритм анализа в рамках ТРИ представим в виде последовательности шагов [1]:

- 1) формализация действий на языке булевой алгебры альтернатив;
- 2) представление группы в виде графа: сплошные ребра обозначают отношение союза, пунктирные — отношение конфликта;
- 3) представление графа в виде полинома, если граф декомпозируем: отношению союза соответствует операция умножения, отношению конфликта — операция сложения;

- 4) применение преобразования диагональной формы (построение диагональной формы для полинома группы и ее свертка);
- 5) определение уравнений выбора и их решений в общем виде;
- 6) подстановка значений влияний из матрицы влияний в решения уравнений выбора для каждого субъекта.

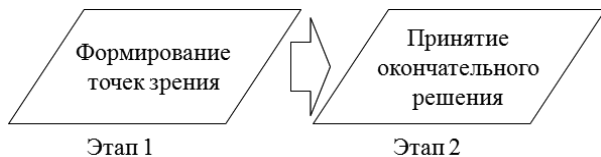
Назовем процесс принятия решения в группе *сессией*. Тем самым, в теории рефлексивных игр сессия моделируется как «разовое» взаимодействие – при заданных взаимных влияниях и структуре группы определяется выбор каждого субъекта.

### **МОДЕЛЬ ДВУХЭТАПНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ: ФОРМИРОВАНИЕ ТОЧЕК ЗРЕНИЯ**

В данной работе рассматривается вопрос формирования взаимных влияний в группе посредством *рефлексивного управления* [2].

Влияния, которые оказывают субъекты друг на друга, сами могут являться результатом взаимодействия (сессии), которое предшествовало принятию *окончательного решения (финальной сессии)*. Тогда влияния, которые оказывают друг на друга субъекты во время принятия окончательного решения, есть результат предварительного взаимодействия. Такие влияния будем называть *установившимися*; они – промежуточный результат всего процесса принятия решений. Данный термин относится только к влияниям, которые учитываются в финальной сессии.

Следовательно, весь процесс принятия решений (выбора) представим в виде двух этапов. Пусть результатом обсуждения должно явиться принятие решения по какому-либо вопросу. Предполагается, что самой сессии относительного принятия окончательного решения (*финальной сессии* – этап 2) предшествует *предварительная сессия* (этап 1) относительного влияний (точек зрения), которые каждый субъект будет оказывать на остальных субъектов во время финальной сессии. Такой процесс принятия решений назовем *двухэтапным процессом принятия решений*. Его общая схема представлена на рисунке 1.



**Рис. 1.** Схема двухэтапного процесса принятия решений

Для иллюстрации такой модели принятия решений рассмотрим простой пример.

*Пример 1.* Пусть директор компании собрал своих заместителей с целью принятия решения относительно маркетинговой политики компании на следующие полгода. Анализ экономического состояния компании и прогнозы специалистов предполагают три различные стратегии поведения: агрессивную (действие  $\alpha$ ), умеренную (действие  $\beta$ ) и мягкую (действие  $\gamma$ ) политику.

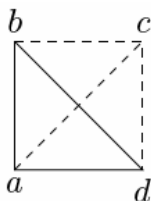
Точки зрения директора и его заместителей представляются в терминах булевой алгебры альтернатив. Директор придерживается умеренной позиции ( $\{\beta\}$ ), первый и второй заместители настаивают на агрессивной политике ( $\{\alpha\}$ ), а третий заместитель считает, что нужно проводить мягкую политику ( $\{\gamma\}$ ). Считается, что точка зрения – влияние, которое субъект оказывает на всех остальных членов группы. Матрица первоначальных влияний представлена в таблице 1.

**Таблица 1**  
Матрица первоначальных влияний для Примера 1

	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$\{\alpha\}$	$\{\alpha\}$	$\{\alpha\}$
$b$	$\{\alpha\}$	$b$	$\{\alpha\}$	$\{\alpha\}$
$c$	$\{\beta\}$	$\{\beta\}$	$c$	$\{\beta\}$
$d$	$\{\gamma\}$	$\{\gamma\}$	$\{\gamma\}$	$d$

Пусть директор находится в конфликте со своими заместителями, а его заместители находятся в союзе. Директору соответствует переменная  $c$ , а 1-му, 2-му и 3-му заместителям переменные  $a$ ,  $b$  и  $d$ , соответственно.

Тогда данной группе соответствует граф, представленный на рисунке 2. Данный граф описывается полиномом  $abd+c$ .



**Рис. 2.** Граф отношений для группы директор-заместители

После операции диагональной формы, полином не изменяется:

$$\begin{array}{r}
 [a][b][d] \\
 [abd] \quad + [c] \\
 [abd+c] \quad = abd + c
 \end{array}$$

Тогда получаем четыре уравнения выбора и их решений (таблица 2):

**Таблица 2**  
Уравнения выбора и их решения для Примера 1

Субъект	Уравнение выбора	Решение
<i>a</i>	$a = (bd+c)a + c\bar{a}$	$(bd+c) \supseteq a \supseteq c$
<i>b</i>	$b = (ad+c)b + c\bar{b}$	$(ad+c) \supseteq b \supseteq c$
<i>c</i>	$c = c + abd\bar{c}$	$1 \supseteq c \supseteq abd$
<i>d</i>	$d = (ab+c)d + c\bar{d}$	$(ab+c) \supseteq d \supseteq c$

Как отмечалось выше, точка зрения каждого субъекта в данном случае рассматривается как его влияние на любого другого субъекта. Поэтому вместо переменных в решения уравнений выбора подставим точки зрения, представленные на языке альтернатив булевой алгебры:

- субъект *a*:  $(bd+c) \supseteq a \supseteq c \Rightarrow (\{\alpha\}\{\gamma\} + \{\beta\}) \supseteq a \supseteq \{\beta\} \Rightarrow a = \{\beta\}$ ;
- субъект *b*:  $(ad+c) \supseteq b \supseteq c \Rightarrow (\{\alpha\}\{\gamma\} + \{\beta\}) \supseteq b \supseteq \{\beta\} \Rightarrow b = \{\beta\}$ ;
- субъект *c*:  $1 \supseteq c \supseteq abd \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq \{\alpha\}\{\alpha\}\{\gamma\} \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq 0 \Rightarrow c = c$ ;
- субъект *d*:  $(ab+c) \supseteq d \supseteq c \Rightarrow (\{\alpha\}\{\alpha\} + \{\beta\}) \supseteq d \supseteq \{\beta\} \Rightarrow \{\alpha, \beta\} \supseteq d \supseteq \{\beta\}$ .

Таким образом, после предварительной сессии, точки зрения всех участников группы изменились. Директор получил свободу выбора, так как он может выбрать любую альтернативу:  $1 \supseteq c \supseteq 0 \Rightarrow c = c$ . В то же время первый и второй заместители, теперь выбирают умеренную стратегию ( $a = b = \{\beta\}$ ), а третий заместитель может выбирать между точками зрения  $\{\alpha, \beta\}$  (агрессивная и умеренная политика) и  $\{\beta\}$  (умеренная политика) ( $\{\alpha, \beta\} \supseteq d \supseteq \{\beta\}$ ).

Точка зрения первого и второго заместителей стала однозначной. Однако позиции третьего заместителя присуща доля неопределенности.

Рассмотрим, какой выбор совершат во время финальной сессии все субъекты при условии установившихся влияний. Матрица установившихся влияний представлена в таблице 3. Интервалы в матрице указывают на то, что субъект может выбрать любую альтернативу из указанного интервала в качестве влияния.

Сравним результаты принятия решений при одноэтапном выборе (стандартная процедура ТРИ) и двухэтапном выборе.

Первый случай был уже рассмотрен выше. Если бы окончательное решение принималось в результате только одной дискуссии, то третий

**Таблица 3**  
Матрица установившихся влияний для Примера 1

	<i>A</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	{β}	{β}	{β}
<i>b</i>	{β}	<i>b</i>	{β}	{β}
<i>c</i>	$1 \supseteq c \supseteq 0$	$1 \supseteq c \supseteq 0$	<i>c</i>	$1 \supseteq c \supseteq 0$
<i>d</i>	$\{\alpha, \beta\} \supseteq d \supseteq \{\beta\}$	$\{\alpha, \beta\} \supseteq d \supseteq \{\beta\}$	$\{\alpha, \beta\} \supseteq d \supseteq \{\beta\}$	<i>d</i>

Субъект *a*:  $d = \{\alpha, \beta\}: (bd+c) \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} \{\alpha, \beta\} + c \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c$ ;

$d = \{\beta\}: (bd+c) \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c$ .

Субъект *b*:  $d = \{\alpha, \beta\}: (ad+c) \supseteq b \supseteq c \Rightarrow (\{\beta\} \{\alpha, \beta\} + c) \supseteq b \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c$ ;

$d = \{\beta\}: (bd+c) \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c \Rightarrow \{\beta\} + c \supseteq a \supseteq c$ .

Субъект *c*:  $d = \{\alpha, \beta\}: 1 \supseteq c \supseteq abd \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq \{\beta\} \{\beta\} \{\alpha, \beta\} \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq \{\beta\}$ ;

$d = \{\beta\}: 1 \supseteq c \supseteq abd \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq \{\beta\} \{\beta\} \{\beta\} \Rightarrow 1 \supseteq c \supseteq \{\beta\}$ .

Субъект *d*:  $(\{\beta\} \{\beta\} + c) \supseteq d \supseteq c \Rightarrow (\{\alpha\} \{\alpha\} + \{\beta\}) \supseteq d \supseteq \{\beta\} \Rightarrow \{\beta\} + c \supseteq d \supseteq c$ .

заместитель мог бы выбрать альтернативу  $\{\alpha, \beta\}$  и реализовать действие  $\alpha$ . Этот вариант предполагает, что каждый из заместителей отвечает за какую-то часть компании и может единолично принимать решение.

Проанализируем, какие решения принимаются по схеме двухэтапного выбора. В данном случае, вне зависимости от влияния третьего заместителя (субъекта *d*), выбор субъектов *a* и *b* определяется интервалом  $\{\beta\} + c \supseteq x \supseteq c$ , где *x* – это переменная либо *a*, либо *b*. Т.е. при бездействии директора (*c* = 0) субъекты *a* и *b* могут выбрать либо умеренную альтернативу ( $\{\beta\}$ ), либо не принимать никакого решения ( $0 = \{\}$ ). То же самое верно для субъекта *d*.

Если же директор окажет влияние  $\{\beta\}$ , то все его заместители однозначно выберут альтернативу  $\{\beta\}$ .

Что касается самого директора, то его выбор после окончательной дискуссии ограничивается снизу альтернативой  $\{\beta\}$  ( $1 \supseteq c \supseteq \{\beta\}$ ). Это означает, что он может выбрать любую альтернативу, содержащую действие  $\beta$ . Таким образом, он может реализовать свою первоначальную точку зрения.

В данном примере, мы проиллюстрировали, как схема двухэтапного выбора помогает склонить своих противников в группе на свою сторону, сохраняя при этом способность придерживаться своей первоначальной точки зрения.

Полученные результаты применимы к ситуациям, когда 1) только директор принимает решение, или 2) решения принимаются всеми участниками группы.

## МОДЕЛЬ МНОГОЭТАПНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ: УСТАНОВКА ПАРАМЕТРОВ ФИНАЛЬНОЙ СЕССИИ

Вернемся теперь к предложенной схеме двухэтапного процесса принятия решений (выбора). В приведенном примере на первом этапе принимались только решения в отношении влияний. Однако, в общем случае, до момента принятия *окончательного решения* – до начала финальной сессии – могут приниматься вообще любые решения относительно параметров самой финальной сессии. К таким параметрам относятся:

- 1) структура группы (связи в группе, входящие в группу субъекты);
- 2) точки зрения (установившиеся влияния);
- 3) решение о начале финальной сессии (время, когда принять окончательное решение, само решение принять окончательное решение и т. д.).

Данный список не является исчерпывающим.

Назовем решения, которые принимаются по одному вопросу, *последовательными*, а принимаемые по разным не связанным друг с другом вопросам – *параллельными*.

На первом этапе можно принимать не одно, а несколько решений, как параллельных, так и последовательных. Такую схему процесса назовем многоэтапным процессом принятия решений (выбором) (рисунок 3).

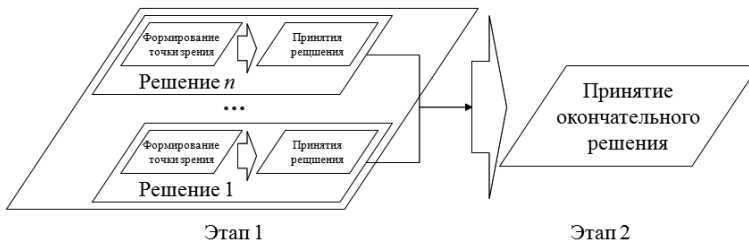


Рис. 3. Схема многоэтапного процесса принятия решений (выбора)

## ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ МНОГОЭТАПНОГО ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ТРИ

Рассмотрим реализацию многоэтапного процесса принятия решений в теории рефлексивных игр.

*Пример 2: Изменение структуры группы.* Как отмечалось выше, на первом этапе могут приниматься любые решения относительно параметров финальной сессии. Был рассмотрен случай формирования точек зрения

(влияний). Рассмотрим теперь случай, когда директор хочет исключить третьего заместителя из группы, которая будет принимать окончательное решение.

В данном случае единственное действие – 1 – исключить субъекта  $d$  из группы. Тогда булева алгебра содержит только 2 элемента – 1 и 0. При этом, в группе, описываемой полиномом  $abd + c$ , директору достаточно поднять вопрос об исключении субъекта  $d$  из группы и оказать влияние 1 на всех заместителей: если  $c = 1$ , то  $a = 1$ ,  $b = 1$  и  $d = 1$ . Тем самым будет принято решение об исключении третьего заместителя из группы (рисунок 4).

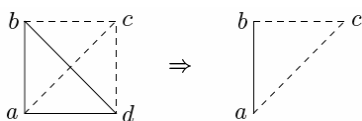


Рис. 4. Исключение третьего заместителя из группы

*Пример 3: Реализация многоэтапного выбора.* Пусть первым решением, которое обсуждалось на первом этапе, является решение относительно влияний. Следующим рассматривалось решение относительно исключения субъекта  $d$  из группы. Тем самым на первом шаге были сформированы точки зрения, а на втором изменен состав группы, которая будет принимать окончательное решение. Группа, которая будет принимать окончательное решение, описывается полиномом  $ab + c$ . Уравнения выбора и их решения представлены в таблице 4.

Весь многоэтапный процесс принятия решений представлен на рисунке 5.

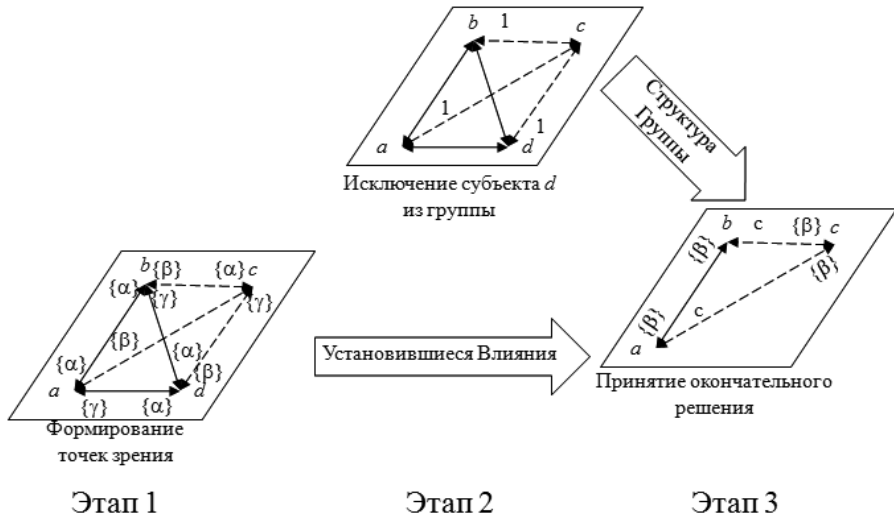
Таблица 4

Уравнения выбора и их решений для Примера 3

Субъект	Уравнение выбора	Решение
$a$	$a = (b+c)a + c\bar{a}$	$(b+c) \supseteq a \supseteq c$
$b$	$b = (a+c)b + c\bar{b}$	$(a+c) \supseteq b \supseteq c$
$c$	$c = c + ab\bar{c}$	$1 \supseteq c \supseteq ab$

Считается, как указывалось ранее, что точка зрения не может измениться без промежуточной сессии. Поэтому при изменении состава группы точки зрения субъектов не изменяются.

В результате, во время финальной сессии субъекты  $a$  и  $b$  будут оказывать влияния, установившиеся на первом шаге, и примут решения  $\{\beta\}$ , а выбор субъекта  $c$  будет описываться интервалом  $1 \supseteq c \supseteq \{\beta\}$ .



**Рис. 5.** Иллюстрация многоэтапного принятия решений. На представленных графах влияния указаны стрелками на ребрах графа. Над стрелками указано, какие влияния оказывают субъекты. Например, на субъекта  $b$  указывают три стрелки, которые обозначают влияния субъектов  $a$ ,  $d$  и  $c$  на него.

Данный процесс представлен на рисунке 5. На этапе 1 (первом шаге), произошло формирование точек зрения всех участников группы. Далее на этапе 2 (втором шаге) было принято решение об исключении субъекта  $d$  из группы, которая будет принимать окончательно решение. Таким образом, на Этапе 3 было принято само управленческое решение о маркетинговой политике на ближайшие полгода.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены схемы двухэтапного и многоэтапного процессов принятия решений. На первом этапе осуществляется принятие промежуточных решений в отношении характеристик процесса принятия окончательного решения. Промежуточные решения принимаются на *предварительных сессиях*, а окончательное решение – на *финальной сессии*.

Показано, как перед принятием окончательного решения могут приниматься промежуточные решения, которые формируют взаимные влияния субъектов друг на друга, а также и на саму структуру группы.



Данный подход позволяет моделировать процессы принятия решений, которые требуют принимать как последовательные, так и параллельные (одновременные) решения.

Важной особенностью многоэтапного процесса принятия решений является то, что субъект может убедить остальных субъектов в своей точке зрения, а все остальные участники группы добровольно принимают решения, выгодные определенному субъекту. Такой подход позволяет также распространить ответственность за принятое решение на всю группу, а не на одного конкретного субъекта.

Результаты представленные в данной работе позволяют расширить область применения Теории рефлексивных игр для моделирования многоэтапных управленческих процессов. Таким образом, становится возможным проводить сценарный анализ различных вариантов развития событий и осуществлять рефлексивное управление в рамках проектов.

## **ЛИТЕРАТУРА**

- 1 *Лефевр В. А.* (2009). Лекции по теории рефлексивных игр. Москва: Когито-Центр.
- 2 *Лефевр В. А.* (1965). Исходные идеи логики рефлексивных игр. Проблемы исследования систем и структур. Москва: Изд-во АН СССР.
- 3 *Lefebvre V. A.* (1982). *Algebra of Conscience*. D. Reidel, Holland.