ТЕОРЕМЫ О СОЦИАЛЬНОЙ СВОБОДЕ

В.А. Лефевр

Калифорнийский университет, г. Ирвайн, США

В рамках теории рефлексивных игр исследуется вопрос о существовании условий, при которых все члены группы обладают свободой выбора. Показывается, что необходимым условием свободы выбора является существование у субъекта противника.

При каких условиях субъекты, входящие в группу, обладают свободой выбора? Эту проблему можно рассматривать как одну из центральных в социальной философии. Мы знаем, что в рефлексивной модели (Лефевр, 2009) субъект может быть в состоянии свободы выбора. Спрашивается, существуют ли условия, при которых *все* субъекты, входящие в группу, находятся в таком состоянии. Мы покажем, что в рамках теории рефлексивных игр такие условия существуют. Социальная организация, все члены которой обладают свободой выбора, безусловно соответствует нашему идеалу общественного устройства, при котором объединенность субъектов в единую систему не лишает их индивидуальной свободы. Далее мы покажем, что свобода может быть связана с особым геометрическим свойством графа отношений. Это свойство интерпретируется в теории социального баланса (Riley, 1967) как устойчивость группы субъектов. Таким образом, мы устанавливаем связь свободы индивидуального выбора с устойчивостью группы. В заключение мы доказываем парадоксально звучащую теорему: субъект, не имеющий врагов, не может быть свободным.

1. Свободная группа.

Рассмотрим набор субъектов a_1, …, a_n. Пусть им соответствуют множество альтернатив M_1, …, M_n, декомпозируемый граф отношений G_n и матрица воздействий T. Обозначим как T_i набор воздействий на субъекта a_i. Уравнение для субъекта a_i может быть записано как

$$a_i = A_{Ti}a_i + B_{Ti}\bar{a}_i\ . \tag{1.1}$$

Мы назовем группу *свободной*, если для любого i

$$A_{Ti} = 1,\ \ B_{Ti} = 0.$$

Покажем теперь, что свободные группы существуют. Рассмотрим набор субъектов a_1, a_2, a_3, a_4. Пусть им соответствуют произвольные множества альтернатив M_1, M_2, M_3, M_4,
и пусть граф отношений таков (рис.1.1.):

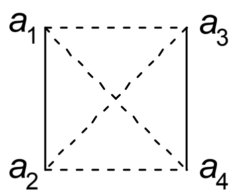

Рис. 1-1. Граф отношений.

Пусть матрица влияний имеет вид:

Таблица 1.1.

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	a_1	1	0	1
a_2	1	a_2	1	0
a_3	0	0	a_3	1
a_4	1	1	1	a_4

Графу отношений соответствует полином

$$a_1\, a_2 + a_3\, a_4 \tag{1.2}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad [a_1]\ [a_2] \qquad\qquad\qquad [a_3] + [a_4] \\ \qquad [a_1\, a_2] \qquad\qquad + \ [a_3\, a_4] \\ [a_1\, a_2\ +\ a_3\, a_4] \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad . \end{array} \tag{1.3}$$

Субъектам соответствуют уравнения

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1\, a_2 + a_3\, a_4\,, \\ a_2 &= a_1\, a_2 + a_3\, a_4\,, \\ a_3 &= a_1\, a_2 + a_3\, a_4\,, \\ a_4 &= a_1\, a_2 + a_3\, a_4\,. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Подставляя в эти уравнения значения из Таблицы 1.1. и добавив в каждое уравнение член $0a_1$, получаем

$$a_1 = 1a_1 + 0\,\overline{a}_1,$$

$$a_2 = 1a_2 + 0\,\overline{a}_2,$$

$$a_3 = 1a_3 + 0\,\overline{a}_3,$$

$$a_4 = 1a_4 + 0\,\overline{a}_4.$$

Следовательно, группа является свободной.

2. Ординарная группа.

Будем считать, что друзья чаще стимулируют друг друга к активности, чем к пассивности, и что враги чаще разрушают активность друг друга, чем порождают ее. Назовем группу *ординарной*, если каждый субъект имеет, по крайней мере, одного друга и одного врага и при этом стимулирует своих друзей к отбору альтернативы 1, а врагов к выбору альтернативы 0. Группа, которую мы рассмотрели в разделе 1 не является ординарной. Глядя на матрицу влияний (Таблица 1.1.), мы видим, что субъект a_1 находящийся в конфликте с субъектом a_4, стимулирует его выбрать не 0, а 1. Чтобы превратить эту группу в ординарную, ей нужно поставить в соответствие иную матрицу влияний (Таблица 2.1):

Таблица 2.1.

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	a_1	1	0	0
a_2	1	a_2	0	0
a_3	0	0	a_3	1
a_4	0	0	1	a_4

При влияниях, задаваемых этой матрицей, соотношения (1.1) выполняются. Мы видим, что ординарная группа может быть свободной.

3. Сбалансированная группа.

Уже более шестидесяти лет социологи ищут критерий, как зная лишь структуру графа, определить будет ли группа устойчивой. Теоретические и эмпирические аргументы привели социологов к выводу, что наиболее устойчивыми являются сбалансированные группы. Группа называется сбалансированной, если множество узлов ее графа отношений можно разбить на два непересекающихся подмножества (одно из которых может быть пустым) таким образом, что ребра, соединяющие узлы внутри каждого подмножества, принадлежат отношению союза, а ребра, соединяющие узлы разных подмножеств, принадлежат отношению конфронтации.

4. Ординарная сбалансированная группа.

Справедлива следующая

Теорема: Ординарная сбалансированная группа свободна, т.е. каждый субъект, в нее входящий, обладает свободой выбора.

Доказательство. Такой группе соответствует полином вида

$$a_1a_2 \ldots a_k + b_1b_2 \ldots b_r \,, \qquad (4.1)$$

где $k\geq 2$, $r\geq 2$. Эти условия существенны, т.к. при $k=1$ или $r=1$ у одного или двух субъектов не будет друзей. Полиному (4.1) соответствует диагональная форма

$$\begin{array}{lllll} & & [a_1]\,[a_2]\,\ldots[a_k] & & [b_1]\,[b_2]\,\ldots[b_r] \\ & [a_1a_2 \ldots a_k] & & +\,[b_1b_2 \ldots b_r] & \\ [a_1a_2 \ldots a_k + b_1b_2 \ldots b_r] & & & . & \end{array} \qquad (4.2)$$

При такой диагональной форме любому субъекту (не нарушая общности рассуждения, положим, что это a_1) соответствует уравнение

$$a_1 = a_1a_2 \ldots a_k + b_1b_2 \ldots b_r \,. \qquad (4.3)$$

Субъекты $a_2 \ldots a_k$ являются “друзьями” субъекта a_1, а субъекты $b_1b_2 \ldots b_r$ “врагами”. Поскольку группа является ординарной, переменные, соответствующие друзьям, принимают значение 1, а переменные, соответствующие врагам – 0. После подстановки значений уравнение (4.3) может быть записано как

$$a_1 = a_1, \qquad (4.4)$$

из чего следует утверждение теоремы.

Если считать, что у групп есть тенденция эволюционируя становиться ординарными и сбалансированными, то свобода выбора субъектов есть их неотъемлемый финальный атрибут.

5. Друзья и враги.

Рассмотрим группу, состоящую только из друзей. Такой группе соответствует полином

$$a_1a_2 \ldots a_k \,, \qquad (5.1)$$

где $k\geq 2$, и уравнение

$$\begin{array}{lll} & [a_1]\,[a_2]\,\ldots[a_k] & \\ [a_1a_2 \ldots a_k] & & = 1. \end{array} \qquad (5.2)$$

Эта группа суперактивна, ее члены неспособны выбрать альтернативу 0. Следовательно, группа, в которой нет отношения конфликта, не является свободной. Однако эта группа сбалансирована, согласно определению, данному в разделе 3. Необходимым условием того, чтобы сбалансированная группа была свободной, является в ней наличие субъектов, находящихся в конфликтных отношениях.

Покажем, что не только группа, в которой нет конфликтных отношений, но и субъект, у которого нет врагов, не может быть свободным.

Теорема. Субъект, входящий в группу с декомпозируемым графом отношений и связянный с другими членами группы только отношением союза, не обладает свободой выбора.

Доказательство. Пусть субъект a находится в союзе со всеми членами группы. Графу этой группы соответствует полином вида

$$aP\,, \tag{5.3}$$

где P полином, соответствующий подграфу исходного графа, в который не входит узел a. Полиному (5.3) соответствует диагональная форма вида

$$[aP]^{[a]Q}\,, \tag{5.4}$$

где Q либо диагональная форма, либо произведение диагональных форм, либо сумма диагональных форм. Уравнение для субъекта a имеет вид

$$a = (P + \overline{Q})a + \overline{a}\,, \tag{5.5}$$

здесь $A = P + \overline{Q}$, $B = 1$.

Необходимым условием свободы выбора является $B = 0$. Поскольку для субъекта a это условие не выполняется, он не обладает свободой выбора.

Мы видим, что в рамках нашей модели достижение социального идеала – свободы выбора – так или иначе оказывается связанным с существованием конфликтных отношений.

Литература

1. *Лефевр, В. А.* Лекции по теории рефлексивных игр. Когито-Центр, 2009.
2. *Riley, J. E.* An Application of Graph Theory to Social Psychology. Lecture Notes Mathematics, 1969, Vol. 110, pp. 275-280.