



Ильдус Саетгалиевич НУРГАЛИЕВ
 Доцент РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева,
 кандидат физико-математических наук

ФИЗИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА ДЕМОГРАФИИ

Демографические процессы не представляют собой «официальное» поле исследований физики. Несмотря на это, неоднократно предпринимались попытки применить развитые методы физики в этой нетрадиционной для нее области. Во-первых, из-за колоссальной важности демографических проблем; во-вторых, возможно, вследствие интуитивного ощущения ожидаемой эффективности физических методов в моделировании демографических процессов как статистических. В данной статье автор пытается реализовать именно эту идею привлечения продуктивных **физических** идей, опираясь на глубокую и богатую идеями статью профессора С.П. Капицы [1]. Для этой цели привлечены идеи теории нелинейных динамических систем, кинетики.

Многими авторами отмечено (см. [2] и библиографию в этой работе), что весь массив глобальных демографических данных за многие века с поразительной точностью описывается моделью $\dot{n} = \alpha n^2$, где n — численность народонаселения, \dot{n} — ее производная по времени, α — постоянный коэффициент. Статистическая обоснованность такого результата лежит за пределами данной статьи и будет предметом последующей работы.

На основе простейшей модели можно выдвинуть закон одной сто-миллиардной: средняя вероятность рождения девочки у произвольной пары жителей планеты в течение года была величиной приблизительно постоянной до середины XX в., равнялась такой же вероятности рождения мальчика и составляла с высокой точностью одну стомилиардную.

Степень прочности данного неожиданного закона весьма высока, хотя не безгранична (точность, приводимая другими авторами, часто завышена). Следствием, подтверждением и доказательством его является вышеупомянутая квадратичная закономерность, а прочность его заключается, в частности, в том, что строящуюся на данном законе модель [1] можно для ее простоты огрубить дополнительным пренебрежением таким важным демографическим феноменом, как смертность, и вторым предположением (выдвигаемым в данной работе), которое не столь грубо, — о статистической независимости событий рождений детей у разных пар родителей. Мы придем к все еще наблюдаемому



гиперболическому росту населения, отмечаемому многими авторами. Итак, вероятность рождения ребенка (того или иного пола) в году выделенной пары за многие века до середины прошлого века составляла

$$2 \times 10^{-11}. \quad (1)$$

Конечно, столь грубое упрощение, как пренебрежение смертностью, вряд ли оправдано, когда его можно (и нужно) учесть, несмотря на то что обсуждаемые в огромном количестве публикаций (в частности, [1]) модели основаны именно на таком упрощении. Говоря строже, количественно вероятность (1) мала, но конечна, а вероятность бессмертности живших и живущих людей почти строго равна нулю («почти» — потому что абстрактно, статистически это тоже можно оспаривать, просто человечество еще слишком юно, поэтому никто пока не успел родиться и прожить, скажем, до 300 лет). Уравнение гораздо более реалистической динамики народонаселения с учетом смертности при сохранении предположения статистической некоррелированности как рождений, так и смертей, имеет вид:

$$\dot{n} = \alpha n^2 - \beta n. \quad (2)$$

Здесь α — одна вторая вероятности рождения мальчика (она такова же для девочек) у одной потенциальной пары в течение года, β — вероятность смерти одного человека в течение года. Точка над символом обозначает дифференцирование по времени. Упрощения: пренебрегаем допубертативным и постменопаузным периодами полов, мизерной долей пар, выбывающих из соображений кровосмешения и пр. Член, отвечающий за смертность, имеет ясный и четкий смысл — среднее постоянное распределение смертности по возрастам (младенцы рискуют при рождении, люди среднего возраста подвержены травматизму, старики болеют). Известно от демографов, например, что вероятность смерти в течение первого года жизни точно равна аналогичной вероятности 55-го года жизни. Тем самым в данной достаточно простой модели среднестатистический человек уходит из жизни по тому же вероятностному закону, по которому распадается неустойчивое атомное ядро.

Решение (2) имеет вид

$$n = \frac{\beta}{-\alpha \left(\alpha - \frac{\beta}{n_0} \right) e^{\beta t}}. \quad (3)$$

Равновесное значение — база для устойчивого развития человечества — в отличие

от упомянутых моделей с бессмертными людьми существует:

$$n_{\text{равновесн.}} = \beta/\alpha. \quad (4)$$

Например, при смертностях 10, 20, 50, 100 (на 1 тыс. живых) при выполнении закона одной стотриллиардной соответственно получим 2, 4, 10 и 20 млрд. Это вполне согласуется с выводами из феноменологических моделей. Простота и характер закономерности (4) впечатляют. Таким образом, идею устойчивого развития и соответствующую роль ООН в продвижении этой концепции в современном мире всячески следует поддерживать как реалистическую — в том смысле, что этой идее следовало бы «овладеть массами и стать всемогущей, потому что она верна на самом деле», если воспользоваться клише о коммунизме. Строго говоря, обнаруженное равновесное

На основе простейшей модели можно выдвинуть закон одной стотриллиардной: средняя вероятность рождения девочки у произвольной пары жителей планеты в течение года была величиной приблизительно постоянной до середины XX в., равнялась такой же вероятности рождения мальчика и составляла с высокой точностью одну стотриллиардную

значение населения планеты (4) неустойчиво: n всегда, хотя и очень медленно при малых отклонениях в меньшую сторону от β/α , будет убывать асимптотически до нуля, а при малых превышениях β/α — начнет сначала очень медленно возрастать, затем (за конечное время) возрастая до бесконечности при

$$t = t_{\infty} = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha}{\alpha - \frac{\beta}{n_0}}. \quad (5)$$

Из-за слабой неустойчивости равновесия (4) к малым возмущениям хочется назвать ее мягкой неустойчивостью или даже квазиустойчивостью, несмотря на то что глобальная неустойчивость взрывная, с режимом обострения. При численности населения, близкой к равновесному значению, малейшее изменение параметров или возмущение текущего значения в n -нужном направлении приводит к качественной смене одного режима на другой (бифуркации). Это является основанием

для механизма эффективной регулируемой обратной связи тонкой демографической настройки для решения демографической проблемы.

Нетрудно построить бифуркационную диаграмму, которая в теории катастроф называется острием (см. рис. 1). При возникновении ненулевого значения бифуркационного параметра (ненулевая смертность) возникают два стационарных состояния:

$$n_s = 0, n_s = \beta/\alpha. \quad (6)$$

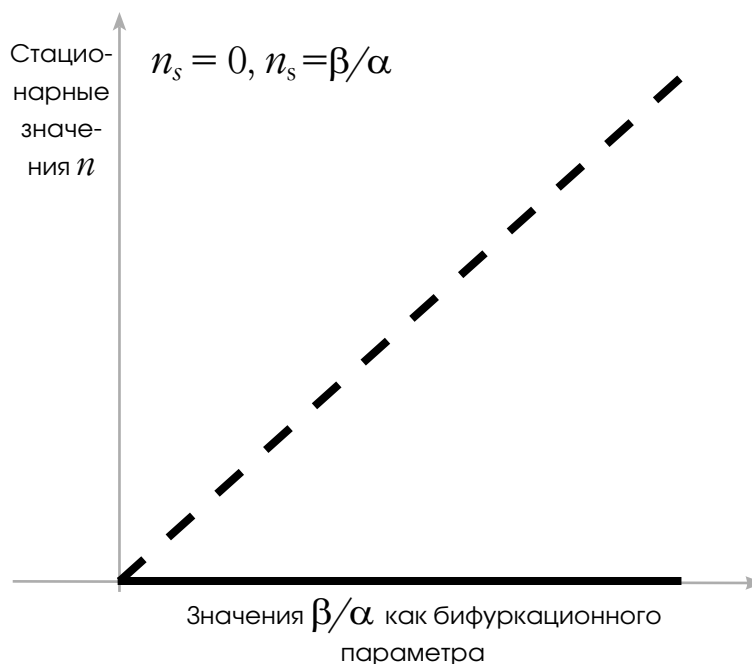
Первое из них устойчиво и тривиально, второе, как было отмечено, неустойчиво (по отношению к малым возмущениям).

Вышесказанное применимо и для государства — с обычным дополнительным математически тривиальным учетом миграции и иммиграции как неоднородных членов в динамической системе. Эти выводы демонстрируют наличие основания для теоретически возможного ожидания положительного долгосрочного эффекта от демографической инициативы президента В.В. Путина при ее сочетании с осмысленной социальной политикой и другими компонентами стратегии развития. Это не просто утверждение-надежда, а вывод из рассмотрения конкретного нелинейного характера процесса.

Данная модель, показав чисто демографическую обоснованность обсуждаемой инициативы, дает платформу для более отчетливого обсуждения иной — пожалуй, политической — неустойчивости программируемого развития, когда увеличивается именно та часть населения, которая решается на такой ответственный шаг, как деторождение, под воздействием государственной помощи. Возникает также вопрос о характере построенной политэкономической модели: почему этот материнский капитал не находится заранее в распоряжении матери? Как вышло так, что им распоряжается государство — как в давно не виданных образцах восточных деспотий?

В реальности параметры модели, конечно же, переменные. Вносимая устойчивость равновесия и иное управляющее действие осуществляются через параметры α и β — или сознательно, или самой природой (поощрение рождаемости или малодетности, войны, эпидемии, развитие медицины, социальная политика, экология). А если n — это население страны, то также можно (что собственно, практически и делается) управлять процес-

Рисунок 1.
КАТАСТРОФА ТИПА «ОСТРИЯ»



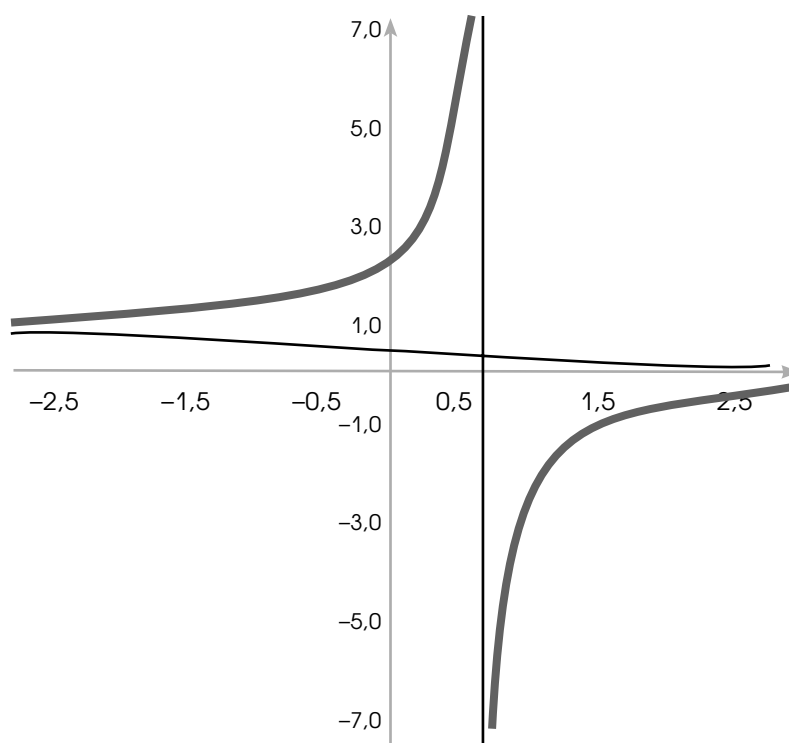
сом еще путем «вбрасывания» новых приращений n (контролируемая иммиграция) как механизмом отрицательной обратной связи. При этом численность возвращается в режим близости к равновесному значению, сползание от которого чем ближе к равновесию, тем медленнее, или переходит в верхнюю полуплоскость роста (см. рис. 2). Другими словами, помимо параметров α и β само «искусственное» приращение n также может играть роль управления.

Вывод о возможности равновесия с его вычисляемыми параметрами говорит, что критикуемая в последнее время концепция устойчивого (глобального) развития имеет теоретическую демографическую базу и может дальше развиваться в качестве канвы международной демографической политики. Правда, такая успешная политика вряд ли возможна, пока человечество не почувствует себя единой семьей, основанной на общепринятой морали. Здесь под политикой понимается не война, а «планирование семьи». Однако в короткой заметке вряд ли уместно пытаться изложить не только математику рассматриваемого процесса, но и политические механизмы осуществления возникающих целей с естественной иерархической расстановкой приоритетов.

Обнаруженный автором закон одной сто-миллиардной и предложенная демографиче-ская модель «намекают» на полигамность че-ловека. Когда говорится о полигамии, речь идет о ненулевой вероятности рождении ре-бенка у любой пары, которых («виртуальных», т.е. потенциальных) всего $(n/2)(n/2)=nn/4$. Ясно, что распределение виртуальных дето-родных кластеров разных размеров по этим размерам имеет очень острый пик, соот-ветствующий моногамным парам. Правда, на планете есть регионы и легальных полига-мий. Заметим, именно эти регионы вносят в увеличение численности населения планеты основной вклад, правда, не из-за полигамии. Другая, достойная упоминания особенность, не вошедшая в модель, — это то, что потенци-альная способность мужчин и женщин внести количественный вклад в демографический процесс по потенциальной результативности вклада отличаются на многие порядки (эффект Олли). Но эта особенность не столь существенна, пока в человеческой популяции приблизительно равное количество мужчин и женщин. Соответствующая более детальная модель представлена в другой готовящейся публикации автора.

Теперь остановимся на наиболее горячо дебатированном в мире феномене демографи-ческого перехода. Он заключается в замене ускоряющегося роста населения планеты (или страны) более плавным ростом или остано-вкой, стабилизацией (либо убыванием). Как нетрудно заметить, прояснилась приро-да явления, вызывающего большое количес-тво вопросов в развитых странах: почему, несмотря на то что смертность уменьшается, доминирует сокращение рождаемости, а как результат — замедление роста, стабилизация и сокращение населения? Ответ заключается в том, что рождаемость влияет на баланс квад-ратичным фактором текущего количества, т.е. заведомо более радикально, чем смертность, т.к. смертность влияет лишь линейным факто-ром. А причиной уменьшения рождаемости становится реструктуризация набора цен-ностей современного человека, для которого более высокий ранг приобретает индивиду-альный, личный (обособленный от потомков) жизненный успех в его новом понимании. Этому способствует и государственная соци-альная (в частности, пенсионная) политика. Становится понятным демографический ме-ханизм возникновения и исчезновения боль-

Рисунок 2.
ГРАФИЧЕСКИЙ ВИД РЕШЕНИЯ (3)



- Гиперболически взрывающаяся демография
- Сворачивающаяся демография, антилогистическая динамика

Использованы масштабные преобразования $t \rightarrow \beta t$, $n \rightarrow \beta n / \alpha$.

Начальные значения: растущей моды — 2, убывающей моды — 1/2.

Критикуемая в последнее время концепция устойчивого (глобального) развития имеет теоретическую демографическую базу и может дальше развиваться в качестве канвы международной демографической политики. Правда, такая успешная политика вряд ли возможна, пока человечество не почувствует себя единой семьей, основанной на общепринятой морали. Здесь под политикой понимается не война, а «планирование семьи»

ших демографически-системных сообществ, вплоть до цивилизаций.

Теорию демографического перехода можно представить на еще более наглядном языке нелинейного механического потенциала. Нетрудно показать, что системе (2) соответствует динамическое уравнение второго порядка, где произведены масштабные преобразования $t \rightarrow \beta\tau, n \rightarrow \beta m/\alpha$.

Если вспомнить, что профиль потенциала (7) (назовем его демографическим потенциалом) в действительности переменен, т.е. α и β зависят от времени,

$$\ddot{m} = - \frac{\partial}{\partial m} V(m), \quad V = - \frac{1}{2} m^2 (m - 1)^2, \quad (7)$$

а предложенная модель строится на фоне пока неизвестной более медленной модели изменений α и β , то удастся создать красивую аналогию между демографическим переходом и физикой серфинга, катания на волнах. На рис. 3 изображено проваливание серфингиста (он же — количество населения планеты) назад за гребень первоначально оседланной волны и прекращение скатывания с крутого склона. Заметим, что склон (одновременно и механический, и демографический потенциал) сам движется в том же направлении, что и спортсмен, и обгоняет его. В этот момент скатывание прекращается (на сленге серфингистов происходящее называется *wipe out*).

Все эти наглядные аналогии можно развивать на базе системы первого порядка, если удержаться от желания увидеть закон Ньютона. Зато в этом случае при возведении в квадрат будет возможность увидеть, по сути, закон сохранения суммы кинетической и потенциальной энергии:

$$\dot{m}^2 = - \frac{\partial}{\partial m} V(m), \quad V = - \frac{1}{2} m^2 (m/3 - 1)^2,$$

где $V(m)$ называют кинетическим потенциалом.

Дальнейшие обобщения и уточнения данной модели возможны в разнообразных направлениях:

учет не перемешивающихся подмножеств:

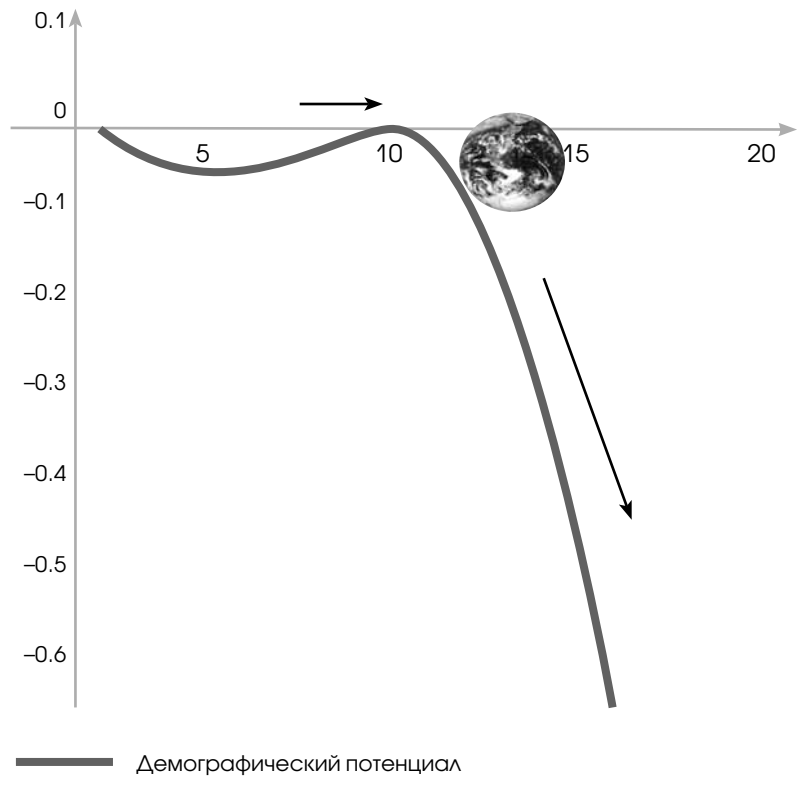
$$\dot{n} = \sum \alpha n_i^2 - \beta n, \quad n = \sum n_i; \quad (8)$$

учет частичного перемешивания (миграция)

$\sum \alpha n_i^2 \rightarrow \alpha n^2$, учет запаздывания по времени:

$$\dot{n} = \alpha n^2 (t - T) - \beta n(t); \quad (9)$$

Рисунок 3.
МЕХАНИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ
ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДА



$$n = \frac{\beta}{\alpha - (\alpha - \frac{\beta}{n_0(-T)})e^{\beta t}} \quad (10).$$

Особо интересным может стать обобщение, включающее в рассмотрение непрогнозируемые и прогнозируемые возмущения. А среди последних еще более высокий междисциплинарный интерес представляет одно из направлений в исследовании солнечно-земных связей и их синхронизирующей роли в функционировании биосферы, которое развивалось А.Л. Чижевским. 2007 г. предоставил уникальный шанс провести комплексные

Причиной уменьшения рождаемости становится реструктуризация набора ценностей современного человека, для которого более высокий ранг приобретает индивидуальный, личный (обособленный от потомков) жизненный успех в его новом понимании

и координированные исследования [3], развивающие идеи Чижевского.

В качестве обсуждения отметим, что открытие связи между приближением равновероятности (например, аналог закона одной стомиллиардной и показатель смертности как вероятности распада) при применении к одноклеточным существам приведет замечательным образом к аналитическому логистическому закону, математически более чем хорошо известному — закону динамики роста популяции, например, одноклеточных-каннибалов.

$$\dot{n} = \alpha n - \beta n^2. \quad (11)$$

Модель позволяет легко оценивать такие параметры, как размеры, характеристики устойчивости (в этом случае и в сильном смысле) популяций и другие. Отметим только принципиально новую трактовку квадратичного члена в этой модели, математически «родственной» демографической. До сих пор он вводился как феноменологический прием при попытке описать так называемую ограниченность ресурсов (жизненного пространства) по Пьеру Ферхюльсту, а в данном контексте это результат встречи двух существ, поедающих друг друга (из-за того же исчерпания традиционного ресурса, но квадратичность теперь осмысленная). Эти встречи уменьшают общее количество популяции в отличие от ранее рассмотренных «хороших» демографических встреч двух существ, когда общее количество увеличивается. Из истории мы знаем, что такое изменение характера встреч (от «хорошего» к «плохому») было свойственно не только амебам. Применительно к популяции человека речь идет не только о каннибализме людей, но и о войнах, особенно возможных современных, представляющих собой феномен, который моделирует отрицательный квадратичный член для «честных старомодных» сражений один на один. Из-за характера современного оружия массового уничтожения соответствующая степень уменьшения населения гораздо выше двойки, имеет место более непонятная нелинейность (в отличие от разобранной выше квадратичной).

Изучение свойств обобщений таких классических моделей, как «хищник-жертва» Лотки [4] и Вольтерры [5], и многих других с учетом проясненной в данной заметке кинематической, а не информационной (как предполагалось в [1, 2]) природы квадратичного члена в динамическом демографическом (популя-

ционном) уравнении позволило получить ряд новых результатов.

Приведем только один вид соответствующих модифицированных уравнений для наиболее известной модели с традиционными обозначениями: x — количество жертв, y — количество хищников:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha x^2 - \beta xy \\ \dot{y} &= \delta xy^2 - \delta y \end{aligned}$$

и параметры стационарных состояний:

$$x_s = \sqrt{\frac{\gamma\beta}{\alpha\delta}}, y_s = \sqrt{\frac{\alpha\gamma}{\delta\beta}}.$$

Предложенная трактовка природы квадратичного члена вполне естественна с точки зрения классической физической кинетики (см. формулу (2,1) и пояснения к ней в [6]). Упомянутое в [1] информационное взаимодействие в действительности — процессы, приводящие к наблюдаемым изменениям α и β . Данная заметка не была бы возможна без глубокой междисциплинарной публикации УФН [1], привлекая своими яркими идеями внимание автора, далекого от демографии. ■

Литература

- Капица С.П. Феноменологическая теория роста населения Земли // УФН. 1996. Т. 166. № 1. С. 63–80.
- Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: УРСС, 2003.
- Нургалиев И.С. Международный гелиофизический год — 2007 под эгидой ООН // УФН. 2006. Т. 126. С. 566.
- Lotka A.J. Elements of Physical Biology. Baltimore: Williams and Wilkins, 1925.
- Volterra V. Variazioni fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi. Memorie dell'Accademia Nazionale de Lincei, 1926. V. 2. P. 31–113.
- Лившиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
- Нургалиев И.С. «Закон “двух стомиллиардных” в контексте гражданского общества» / Материалы Межрегиональной научно-практической конференции «Гражданское общество: идеи, реальность, перспективы». Казань; Зеленодольск, 2006. 27 апреля. С. 204–207.